基礎物理

田村　圭介

講義棟 2階(物理学 田村研究室)

0776-61-8284

火3	4/14	4/21	4/28	5/12	5/19	5/26	6/2	6/9	6/16	6/23	6/30	7/7	7/14	7/21	7/28	8/4
火4														7/21	7/28	8/4
火5																
金3												7/10	7/17		7/26	
金4												7/10	7/17		7/26	
金5																

25個の動画

月3									12/21			1/18	1/25
水3											1/13		
金2	10/2	10/16					2/4	12/11	12/18	12/25		1/22	

基礎物理 I (講義)　12回

基礎物理 II (講義)　15回

基礎物理 I (実習)　3回

試験

合否判定

○ 基礎物理 I と基礎物理 II のどちらかが合格となること。
（両方履修することを推奨する）

○ 講義は1/3以上欠席すると不合格となる。

○ I と II について,それぞれ100点分（６０点で合格）の試験をおこなう。

○ 実習は全ての課題を完遂することで合格となる。

講義のやり方と注意事項

プロジェクター、黒板を用いる

小テスト、レポートを行うことがある（合否判定に際して考慮する）

プリントを配付

A4、２穴の紙ファイルを各自用意すること

講義で分からないことがあれば、質問すること

http://phys.med.u-fukui.ac.jp

練習問題の解答例など

-137 億年

Big Bang

-50 億年

太陽の誕生

-46 億年

地球の誕生

先カンブリア期

海の形成

大陸の形成

原始生命の誕生

光合成による酸素の放出

-5.75 億年

古生代

無脊椎動物

ゴンドワナ大陸

魚類の出現

生物の陸上進出

両生類の出現

シダ植物

ハ虫類の出現

パンゲア大陸

-2.47 億年

中生代

恐竜、ほ乳類の出現

恐竜の繁栄（ジュラ紀）

恐竜の絶滅（白亜紀）

-6500 万年

大陸の分裂

-170 万年

原始人類の出現

BC3500

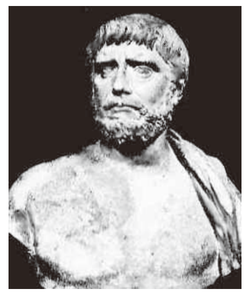
四大河文明

ナイル

チグリス・ユーフラテス

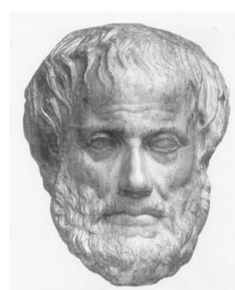
インダス

黄河　　　　ブッダ

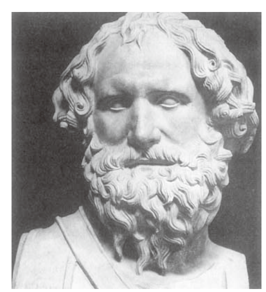


Thales
BC 624 - BC 547
Miletus
ターレス
自然の根源物質

Pythagoras
BC 569 - BC 475
Ionia
ピタゴラス
数の調和



Aristotle
BC 384 - BC 322
Macedonia
アリストテレス
自然哲学



Archimedes
BC 287 - BC 212
Syracuse
アルキメデス
浮力、てこ、求積法

15世紀

室町　明　大航海時代

Nicolaus Copernicus
1473 - 1543
poland　　コペルニクス　地動説

16世紀

安土桃山　宗教改革

Galileo Galilei
1564 - 1642
Pisa
ガリレオ
近代科学

Johannes Kepler
1571 - 1630
Holy Roman Empire
(Germany)
ケプラー
惑星の運動

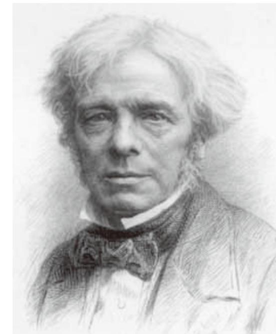
18世紀　江戸時代

産業革命　アメリカ独立
フランス革命、ナポレオン

Isaac Newton
1642-1727
England

ニュートン
力学の体系
万有引力
微分、積分

19世紀　江戸-明治時代



Michael Faraday
1791 - 1867
England

ファラデー
電磁気現象

James Clerk Maxwell
1831 - 1879
England

マックスウェル
電磁気学
気体分子運動

20世紀　明治-大正-昭和-平成

Marie Curie
1867 - 1934
France

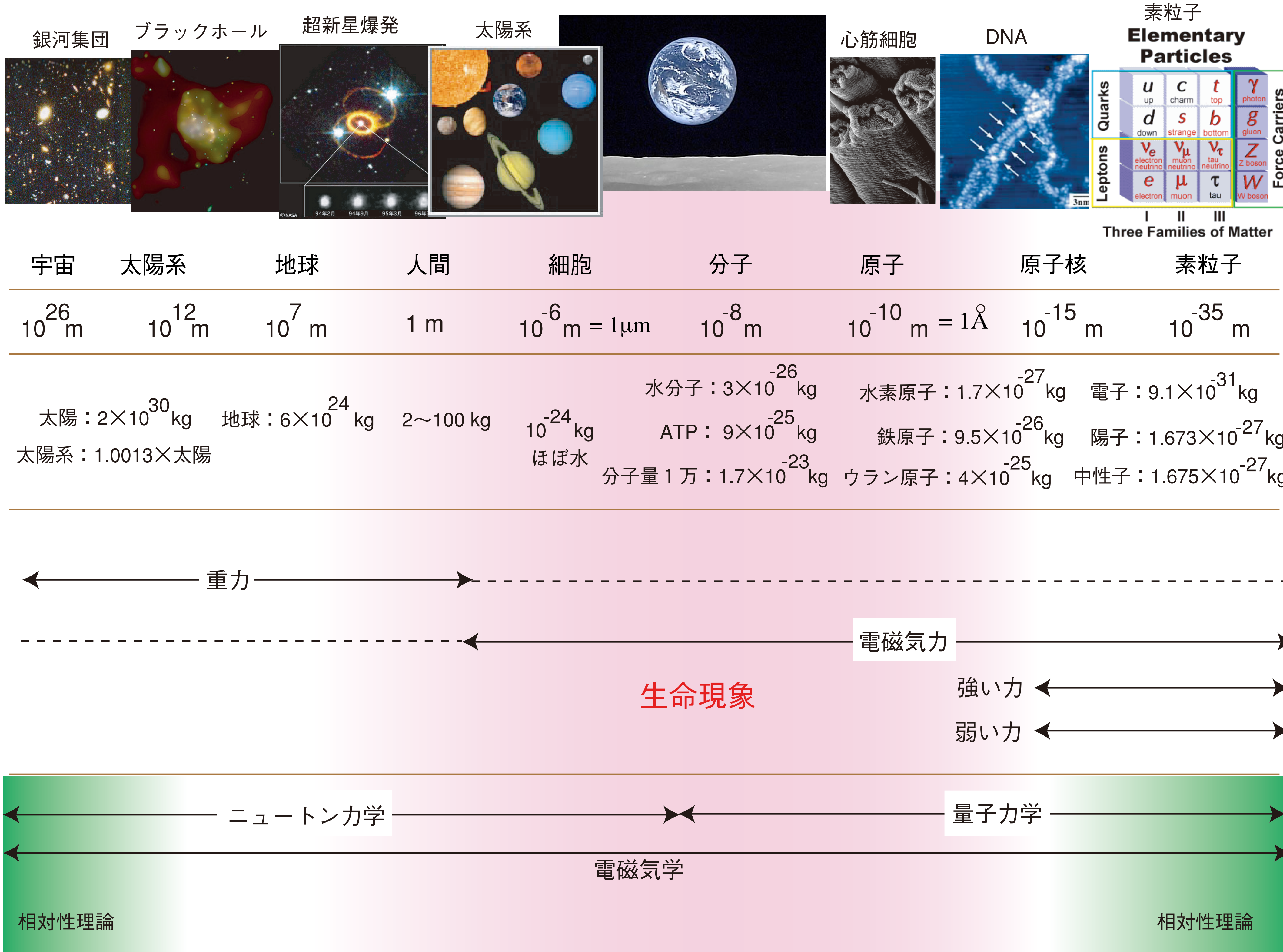
マリー キュリー
放射性物質

Max Plank
1858 - 1947

プランク
量子の導入

Albert Einstein
1879-1955

アインシュタイン
光電効果
ブラウン運動
相対性理論

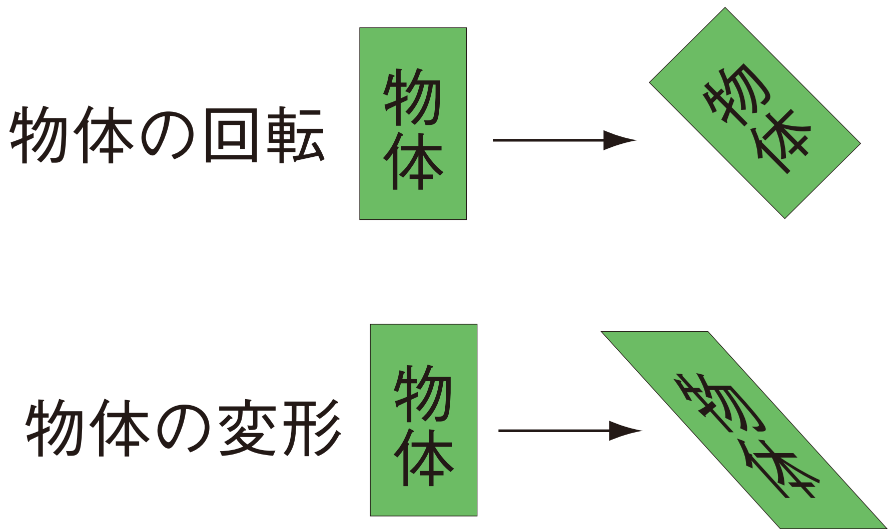


銀河集団
ブラックホール
超新星爆発
太陽系
心筋細胞
DNA
素粒子
Elementary Particles
Quarks
u up
c charm
t top
d down
s strange
b bottom
Leptons
ν_e electron neutrino
ν_μ muon neutrino
ν_τ tau neutrino
e electron
μ muon
τ tau
Force Carriers
γ photon
g gluon
Z Z boson
W W boson
I II III
Three Families of Matter
宇宙
太陽系
地球
人間
細胞
分子
原子
原子核
素粒子
10^{26} m
10^{12} m
10^{7} m
1 m
10^{-6} m = 1μm
10^{-8} m
10^{-10} m = 1Å
10^{-15} m
10^{-35} m
太陽：$2×10^{30}$ kg
太陽系：1.0013×太陽
地球：$6×10^{24}$ kg
2～100 kg
10^{-24} kg
ほぼ水
水分子：$3×10^{-26}$ kg
ATP： $9×10^{-25}$ kg
分子量１万：$1.7×10^{-23}$ kg
水素原子：$1.7×10^{-27}$ kg
鉄原子：$9.5×10^{-26}$ kg
ウラン原子：$4×10^{-25}$ kg
電子：$9.1×10^{-31}$ kg
陽子：$1.673×10^{-27}$ kg
中性子：$1.675×10^{-27}$ kg
重力
電磁気力
生命現象
強い力
弱い力
ニュートン力学
量子力学
電磁気学
相対性理論
相対性理論

1.質点の力学

1.1 質点

まずは



を考えない

抽象化

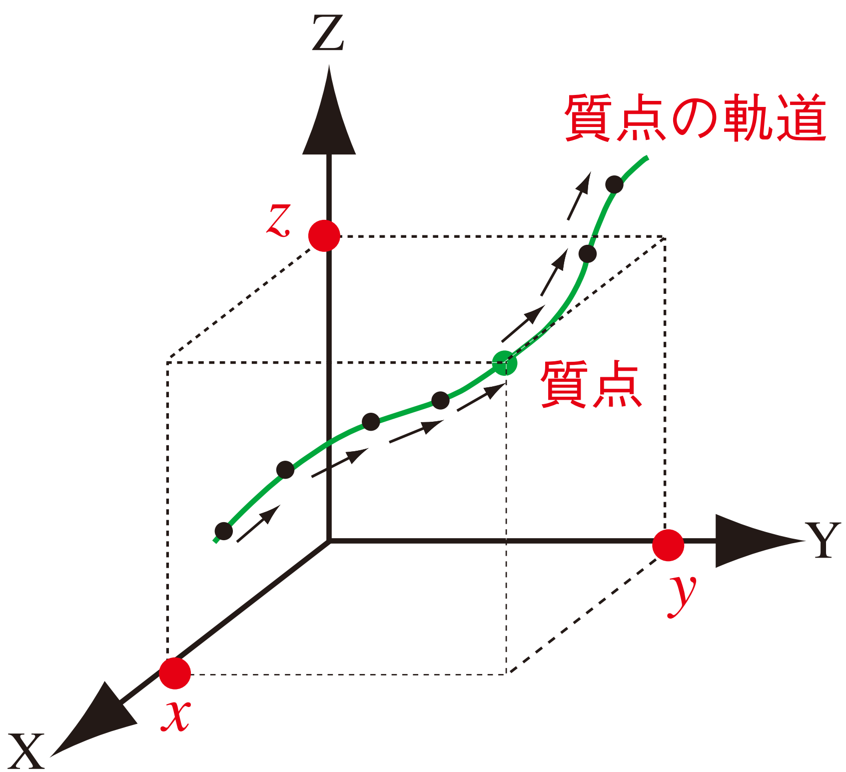
質量 [kg] を持つ大きさのない物体 ⟶ 質点

少しずつ現実に近づく（いきなりはダメ）

1.2　位置と座標

座標は便利なように自分で決める

直交座標系



時刻 t ごとに質点の

位置が変わる

質点の座標は

$x = f(t)$ → $x(t)$

$y = g(t)$ → $y(t)$

$z = h(t)$ → $z(t)$

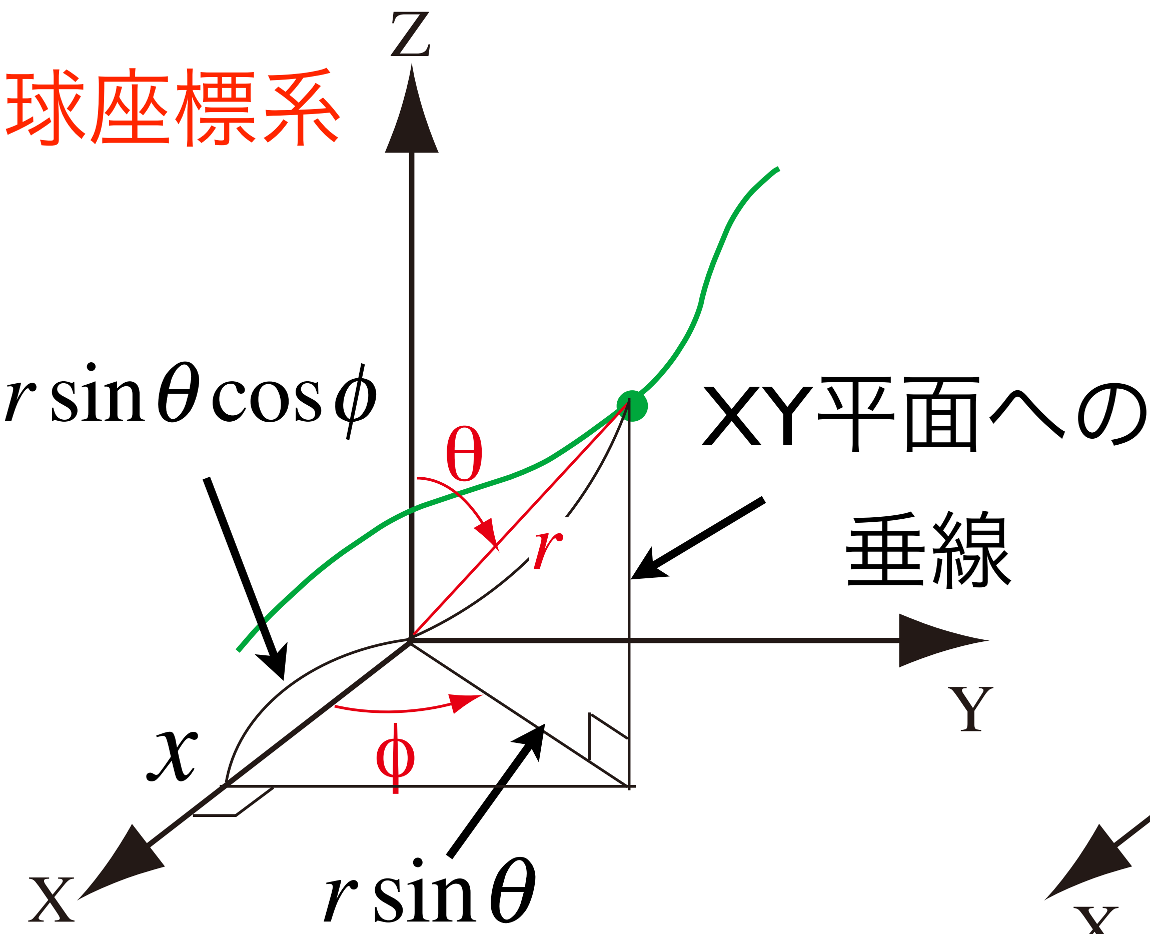
と書くと便利

のような時刻 t の関数

空間の位置を決めるには３つの変数（座標）があればよい

円、球形のとき（丸い細胞）

球座標系

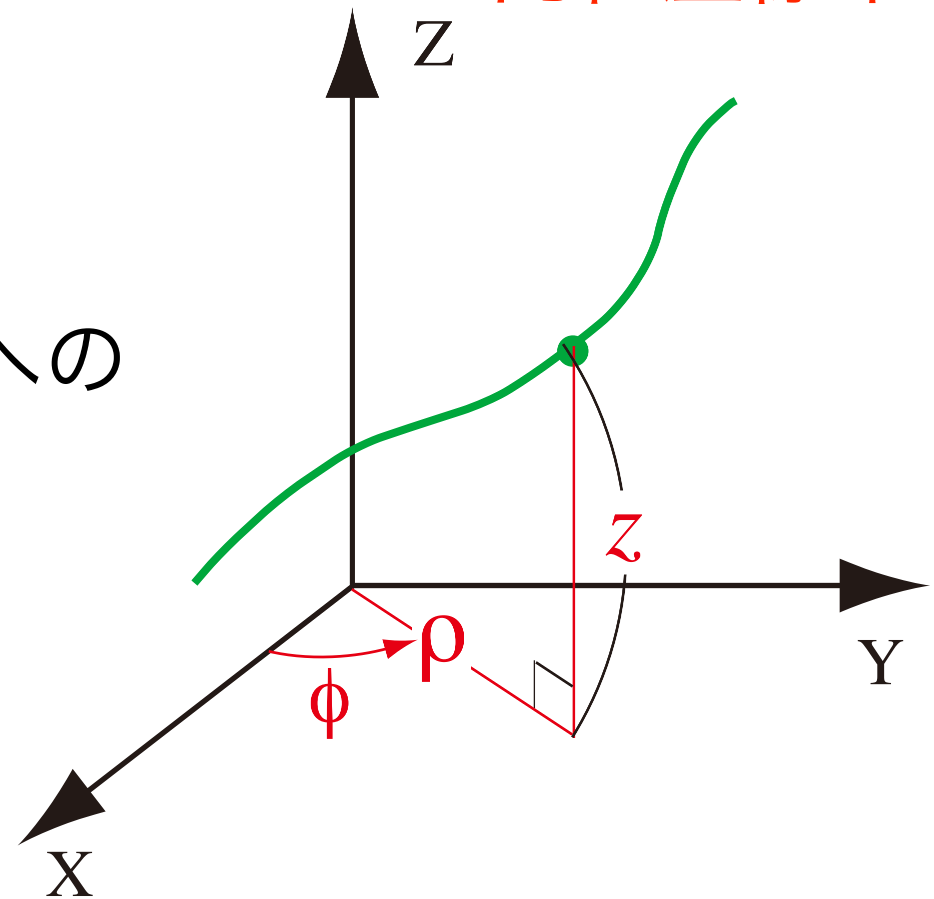


$(r(t), \theta(t), \phi(t))$

シータ　ファイ

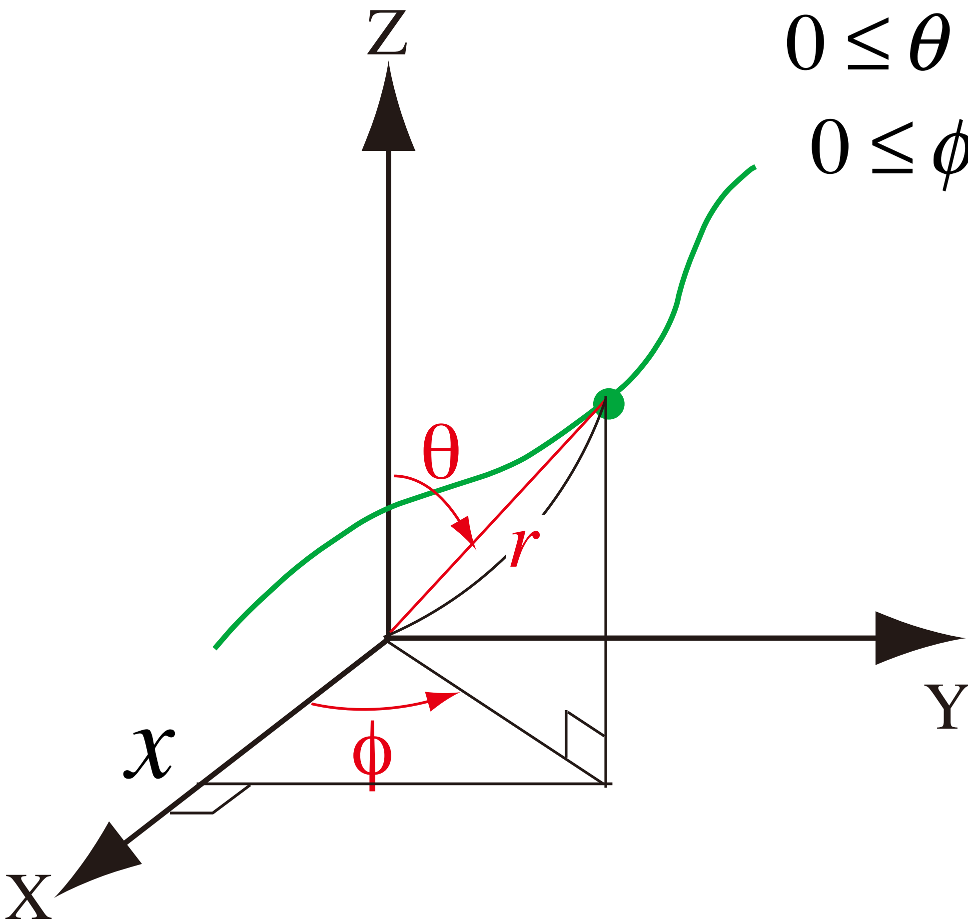
円筒形のとき（神経細胞）

円柱座標系



$(\rho(t), \phi(t), z(t))$

球座標系　円、球形のとき　（丸い細胞）



$0 \le \theta \le 2\pi$

$0 \le \phi \le \pi$

も不便

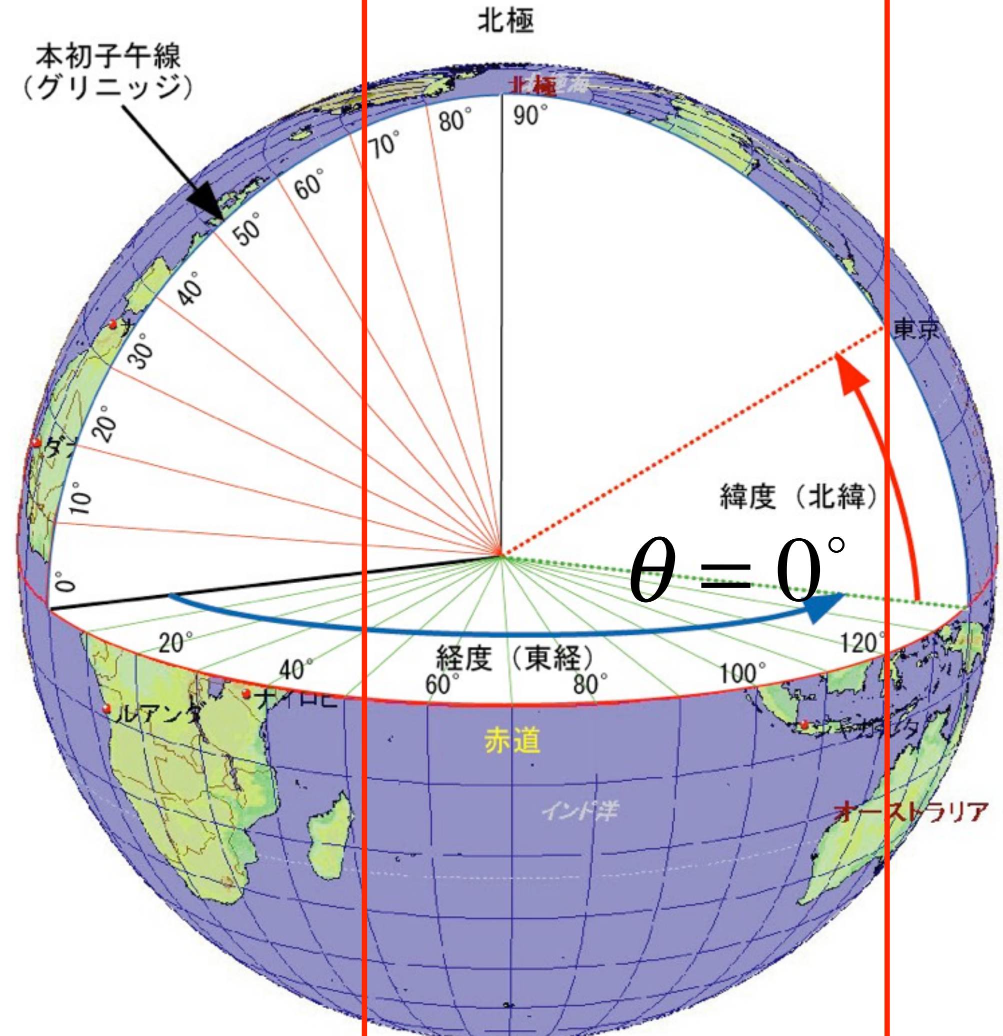
$(r(t), \theta(t), \phi(t))$

$0 \le \theta \le \pi$

$0 \le \phi \le 2\pi$

これは不便

$\theta = 90^\circ$



$\theta = 0^\circ$

$\theta = -90^\circ$

記号について

$\leq$ は $\leqq$ のことです

$\cong$ や $\sim$ は $\fallingdotseq$ のこと

$\propto$ は比例

> 「$x \fallingdotseq y$」または「$x \approx y$」は x と y がほぼ等しいことを表す。記号≒は日本でのみ通用し、国際的には ≈ を使う。その他にも~, ≃, ≅ などを同様の意味で用いることもある。近似においてどのくらい違いを容認するかは文脈による。

必要な数学

ベクトル

微分・積分

運動と極限

アキレスと亀

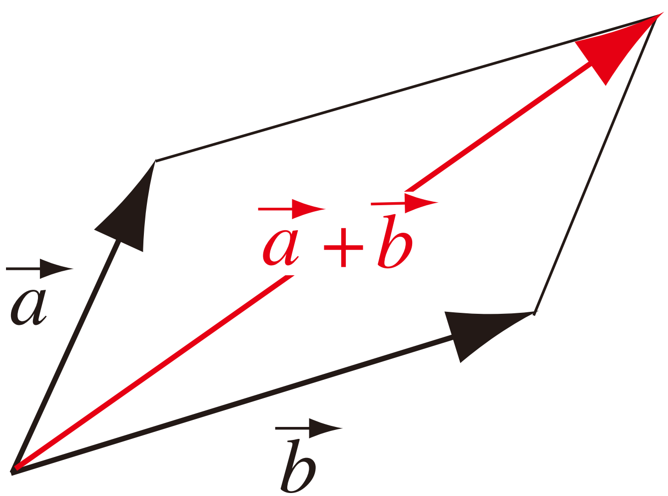
1.3 ベクトル (vector)

大きさと向きを持つ量　$\vec{a}$　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$　（$\boldsymbol{a}$は使わない）

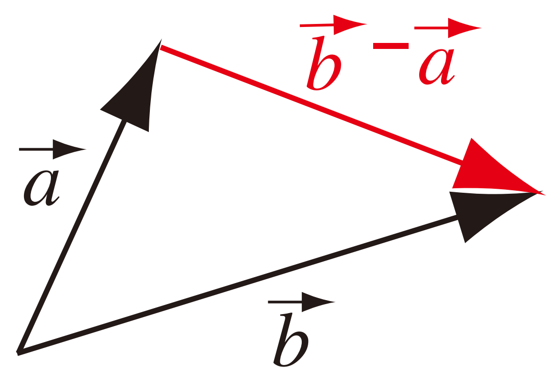
ベクトルの長さ（大きさ）スカラー (scalar)

$$|\vec{a}| = a \qquad |\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$$

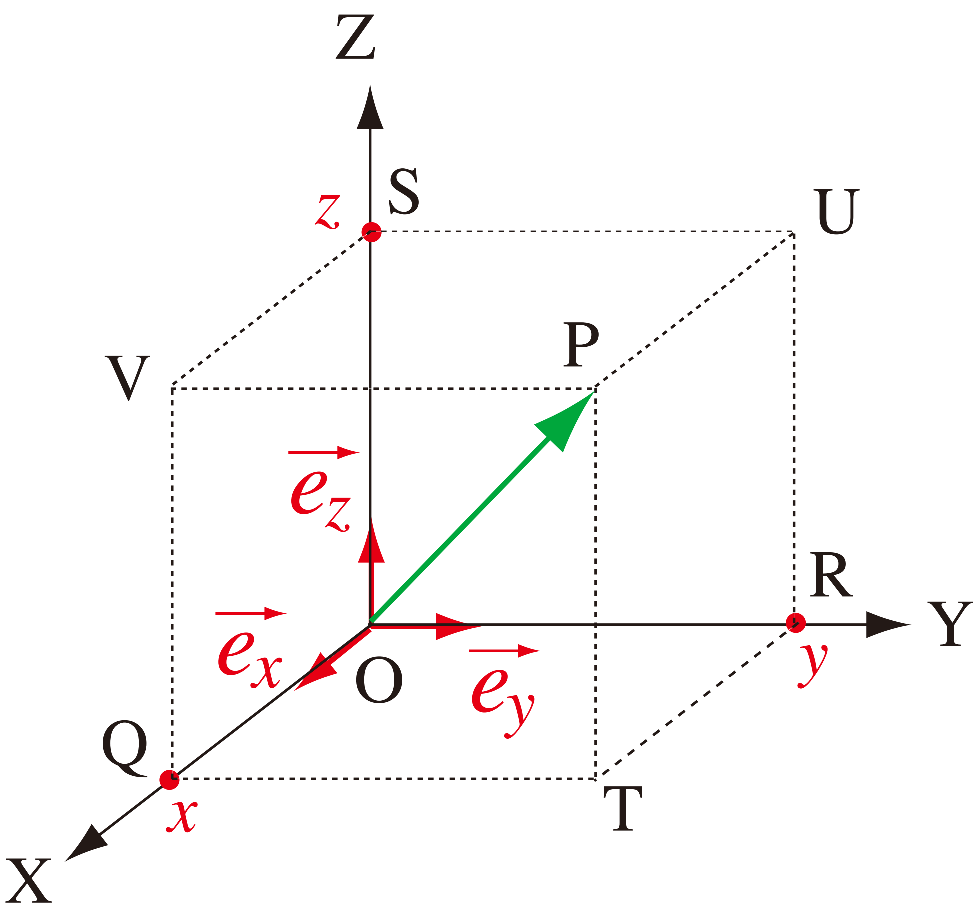
ベクトルの和



ベクトルの差



単位ベクトルとベクトルの成分



単位ベクトル

長さが１のベクトル

$\overrightarrow{e_x} \quad \overrightarrow{e_y} \quad \overrightarrow{e_z}$

$|\overrightarrow{e_x}| = |\overrightarrow{e_y}| = |\overrightarrow{e_z}| = 1$

$\overrightarrow{OQ} = x\,\overrightarrow{e}_x \ ,\ \overrightarrow{OR} = y\,\overrightarrow{e}_y \ ,\ \overrightarrow{OS} = z\,\overrightarrow{e}_z$

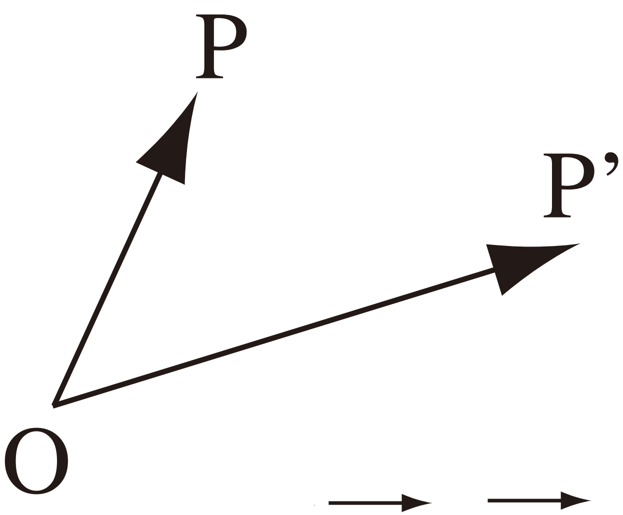
$x, y, z < 0$ でもOK

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OS} = x\,\overrightarrow{e}_x + y\,\overrightarrow{e}_y + z\,\overrightarrow{e}_z$

$= (x, y, z)$ ：成分表示

$(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ではありません

成分によるベクトルの和と差



成分表示

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z = (x, y, z)$$

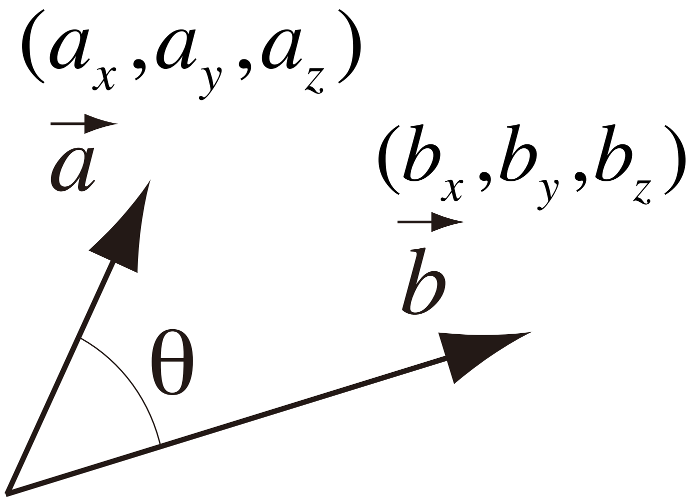
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}'} = x'\,\vec{e}_x + y'\,\vec{e}_y + z'\,\vec{e}_z = (x', y', z')$$

$$\rightarrow\ \overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}'} = (x + x')\,\vec{e}_x + (y + y')\,\vec{e}_y + (z + z')\,\vec{e}_z$$

$$= (x + x', y+y', z+z')$$ 成分ごとの和

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} - \overrightarrow{\mathrm{OP}'} = (x - x', y - y', z - z')$$ 成分ごとの差

ベクトルの内積



$(\vec{a}, \vec{b})$ と書く教科書もある

定義

$$\vec{a}\cdot\vec{b} \equiv |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

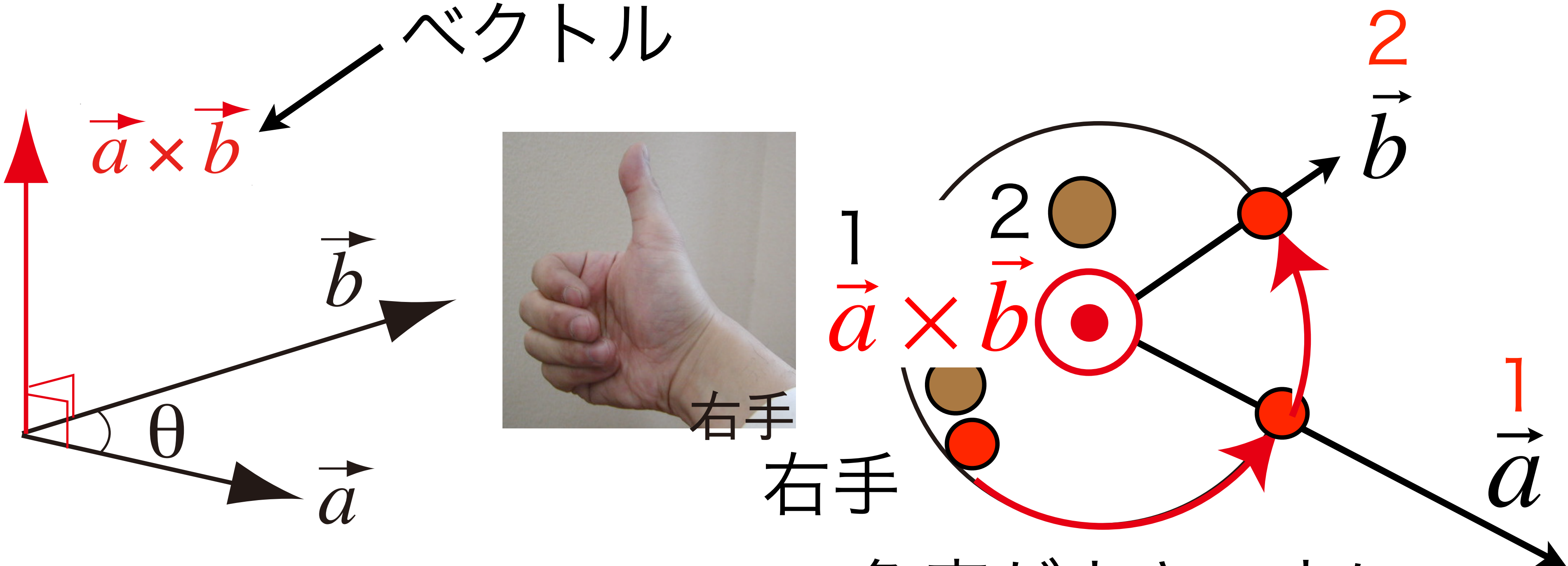
数値（大きさ）のみ

スカラー量

P５の問４ ⟶ $= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ ならば $\theta = 90^\circ$ ⟶ $\vec{a} \perp \vec{b}$

ベクトルの外積　力のモーメントを考えるときに便利



角度が大きい方に
小指を置いて

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| \equiv \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\theta$$

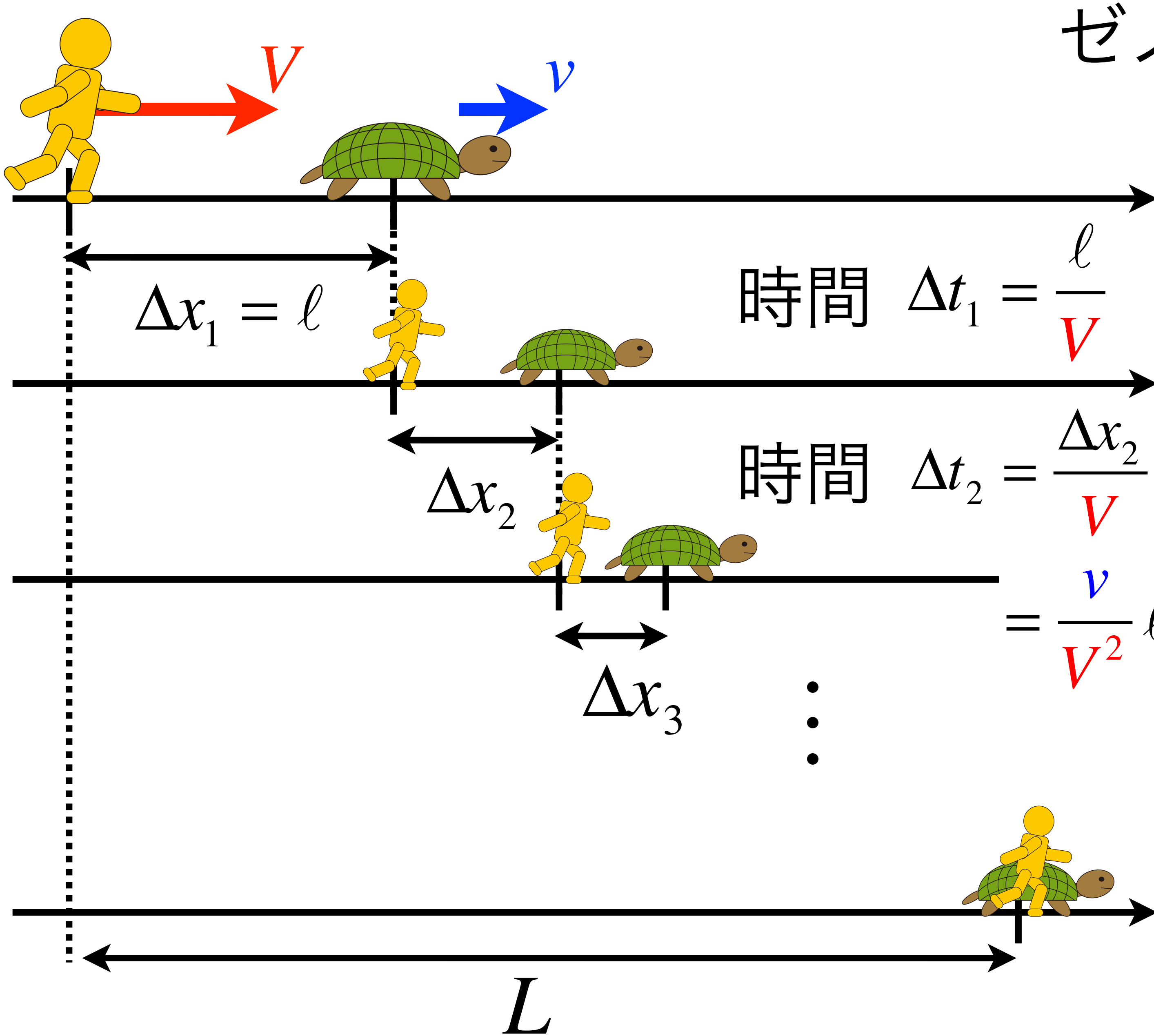
内積は

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$$

1.4 速度　1.4.1 瞬間の速度

アキレスと亀のパラドックス（背理）

ゼノン(BC490-430)



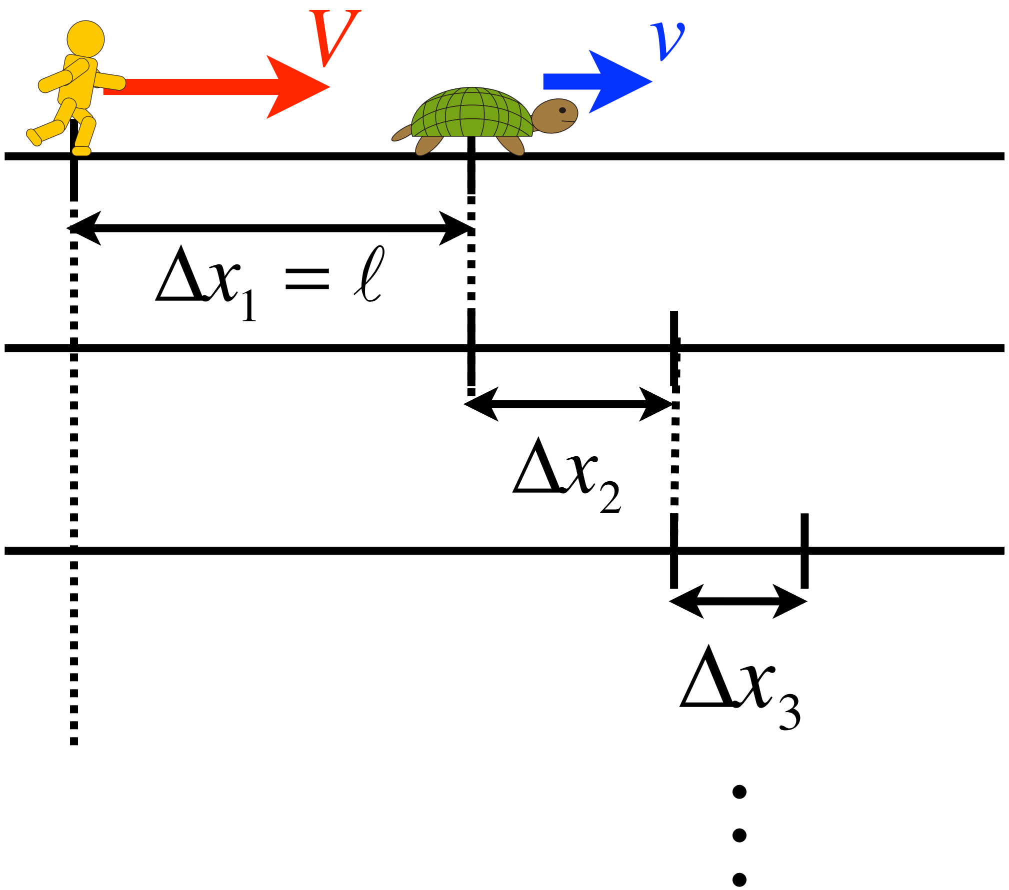
時間 $\Delta t_1 = \dfrac{\ell}{V}$

変位

$\Delta x_2 = v\Delta t_1 = \dfrac{v}{V}\ell$

時間 $\Delta t_2 = \dfrac{\Delta x_2}{V} = \dfrac{v}{V^2}\ell$

$\Delta x_3 = v\Delta t_2 = \left(\dfrac{v}{V}\right)^2 \ell$



$$\Delta x_1 = \ell \qquad \Delta t_1 = \frac{\ell}{V}$$

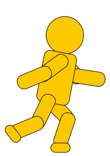
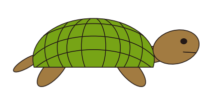
$$\Delta x_2 = \frac{v}{V}\ell \qquad \Delta t_2 = \frac{v}{V}\frac{\ell}{V}$$

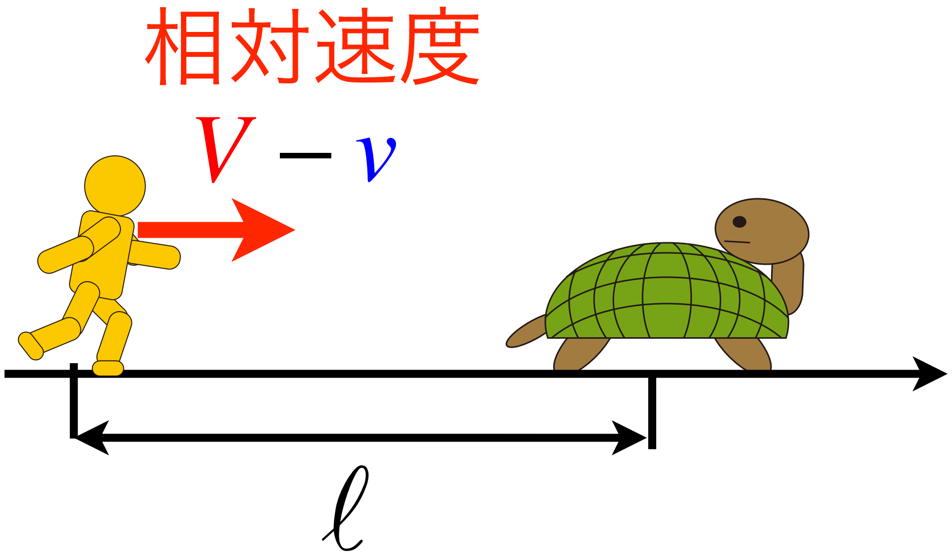
$$\Delta x_3 = \left(\frac{v}{V}\right)^2 \ell \qquad \Delta t_3 = \left(\frac{v}{V}\right)^2 \frac{\ell}{V}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\Delta x_i = \left(\frac{v}{V}\right)^{i-1} \ell \qquad \Delta t_i = \left(\frac{v}{V}\right)^{i-1} \frac{\ell}{V}$$

$i \to \infty$ だと $\Delta x_i \to 0$ $\Delta t_i \to 0$ となる

 の速度 $\dfrac{\Delta x_i}{\Delta t_i} = V$  の速度 $\dfrac{\Delta x_{i+1}}{\Delta t_i} = v$



$$\Delta x_i = \left(\frac{v}{V}\right)^{i-1} \ell$$

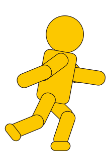
$$\Delta t_i = \left(\frac{v}{V}\right)^{i-1} \frac{\ell}{V}$$

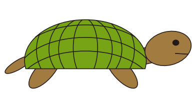
$$L = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta x_i = \ell\left(1 + \frac{v}{V} + \left(\frac{v}{V}\right)^2 + \cdots\right) = \frac{\ell}{1 - \frac{v}{V}}$$

$v = V$ ならば

$L = \infty \quad T = \infty$

$$T = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta t_i = \frac{\ell}{V}\left(1 + \frac{v}{V} + \left(\frac{v}{V}\right)^2 + \cdots\right) = \frac{\ell}{V}\frac{1}{1 - \frac{v}{V}} \boxed{= \frac{\ell}{V - v}}$$

 の速度 $\dfrac{L}{T} = V$

 の速度 $\dfrac{L - \ell}{T} = \dfrac{L}{T} - \dfrac{\ell}{T} = V - V\left(1 - \dfrac{v}{V}\right) = v$

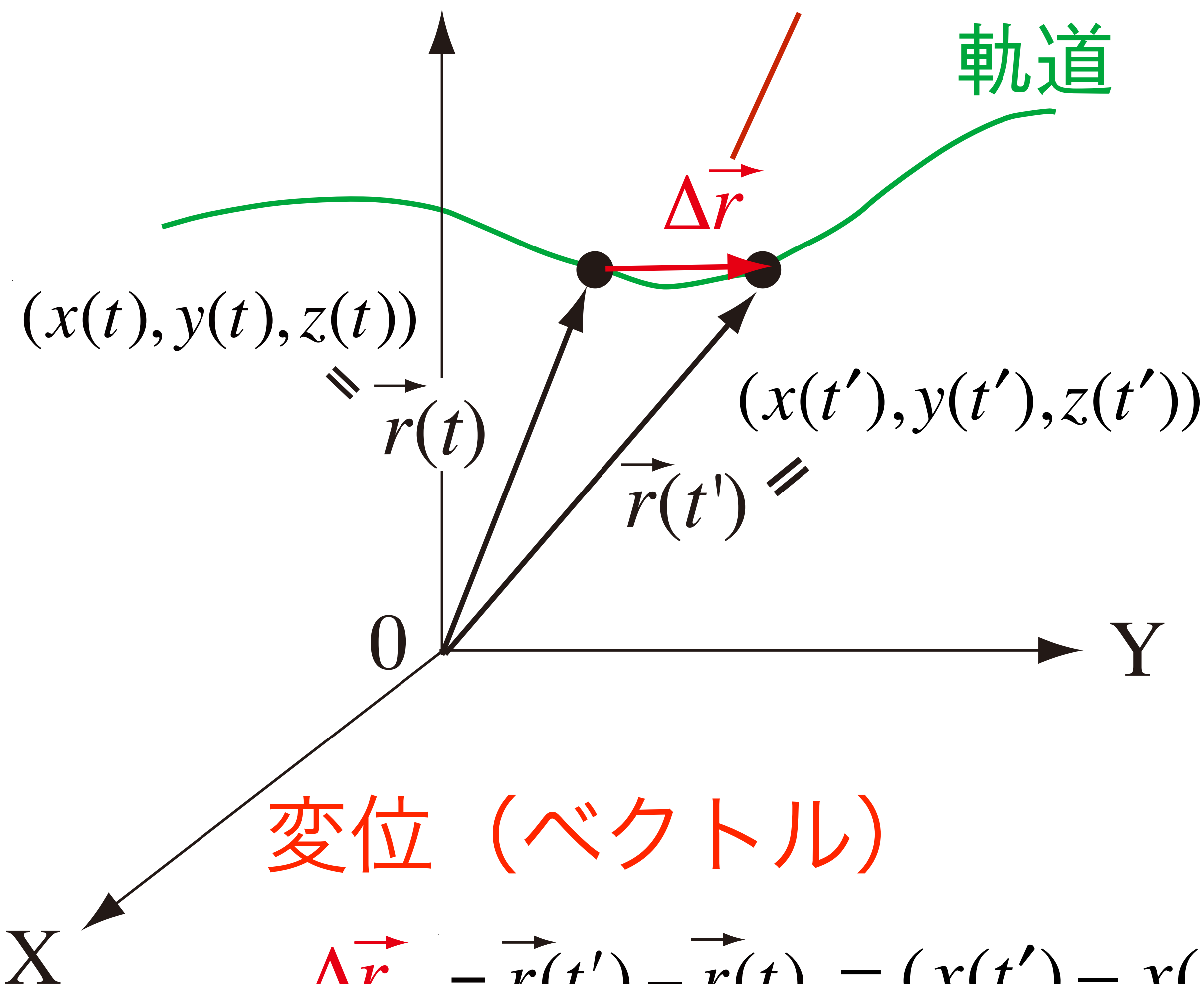
速度

ベクトルの微分

等速円運動

1.4.2 変位と速度

原点から始まっていない

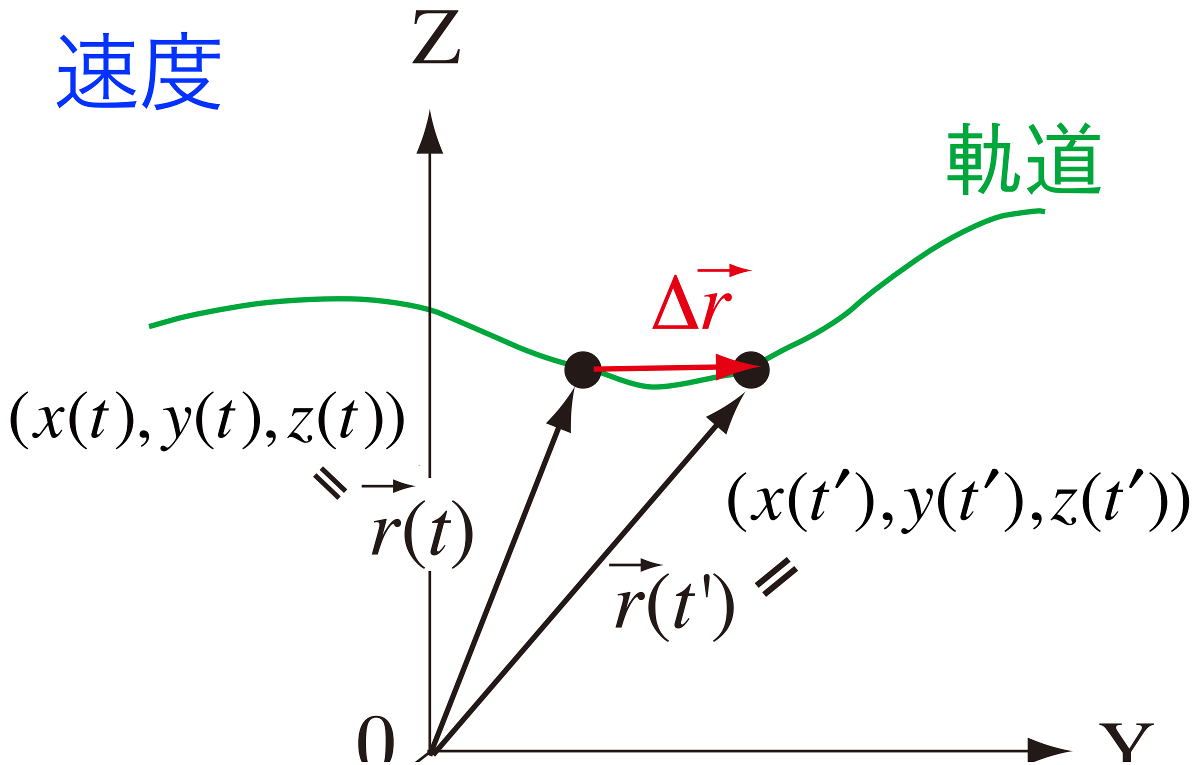


時刻	t	t'
位置	$\vec{r}(t)$	$\vec{r}(t')$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t') - \vec{r}(t) = (x(t') - x(t),\ y(t') - y(t),\ z(t') - z(t))$$

$\Delta\vec{r}$ は軌道の接線方向 に近づいていく

速度



時間 $\Delta t = t' - t$ に

位置が

$$\Delta\vec{r} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z), \quad \Delta x = x(t') - x(t)$$

だけ変化

速度（ベクトル） $\vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$

時刻 t での瞬間の速度 $\Delta t \to 0$

$$\vec{v}(t) = \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}, \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}, \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} \right)$$

微分の定義なので

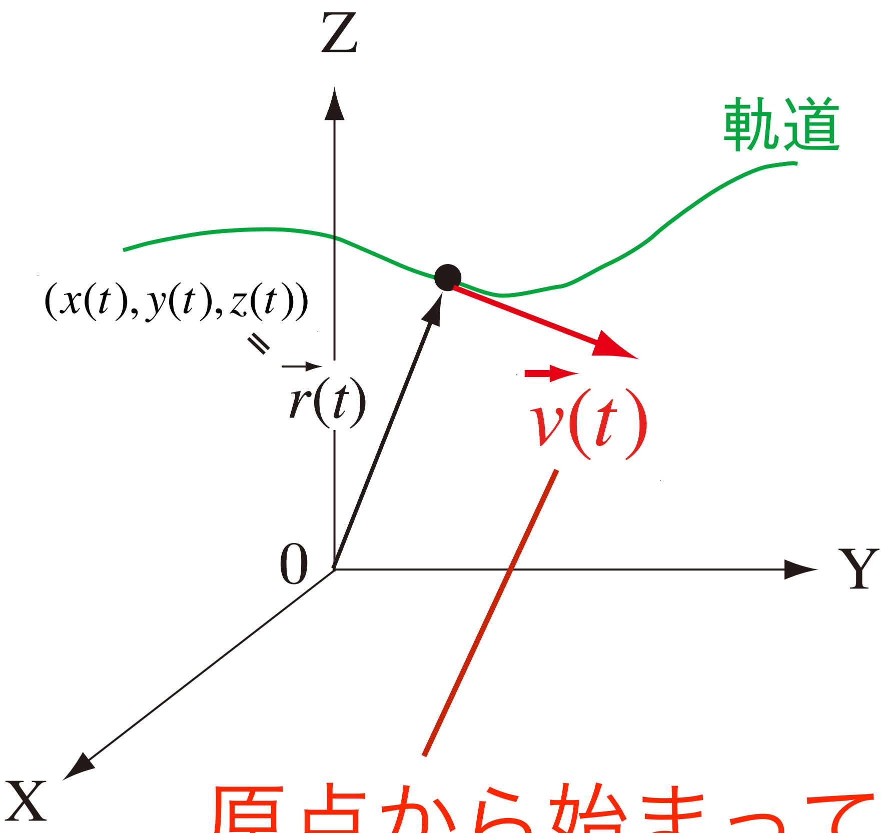
$$= \left(\frac{dx(t)}{dt}, \frac{dy(t)}{dt}, \frac{dz(t)}{dt} \right)$$

まとめて

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$= \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

ベクトルの微分



□ 速度 $\vec{v}(t)$ は

位置ベクトル $\vec{r}(t)$

の時間微分

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \left(\frac{dx(t)}{dt}, \frac{dy(t)}{dt}, \frac{dz(t)}{dt} \right)$$

単位 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

□ 速度は軌道の接線方向

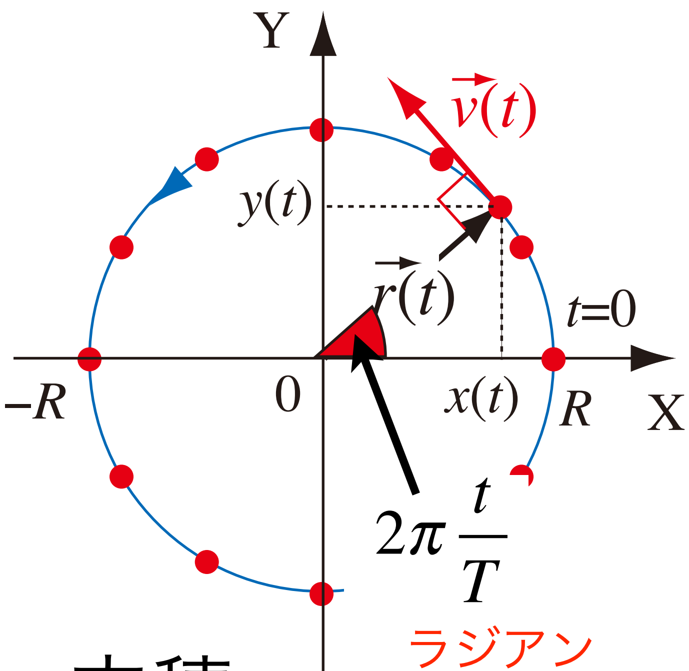
速さ（速度の大きさ）

$$v(t) = \left| \vec{v}(t) \right| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2 + v_z(t)^2}$$

矢印なし

例：等速円運動

1周するのに T 秒（周期）



$$\vec{r}(t)=(x(t),y(t),z(t))$$

$$=\left(R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ 0\right)$$

速度 $\vec{v}(t)=\dfrac{d\vec{r}(t)}{dt}=\left(\dfrac{dx(t)}{dt},\dfrac{dy(t)}{dt},\dfrac{dz(t)}{dt}\right)$

$$=\left(-\frac{2\pi}{T}R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ \frac{2\pi}{T}R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ 0\right)$$

内積

$$\vec{v}(t)\cdot\vec{r}(t)=-\frac{2\pi}{T}R\sin(\quad)\times R\cos(\ )+\frac{2\pi}{T}R\cos(\quad)\times R\sin(\ )=0$$

位置ベクトル ⊥ 速度ベクトル

速さ $|\vec{v}(t)|=\sqrt{\left(-\frac{2\pi}{T}R\sin(\quad)\right)^2+\left(\frac{2\pi}{T}R\cos(\quad)\right)^2}=\dfrac{2\pi R}{T}\sqrt{\boxed{(\sin(\quad))^2+(\cos(\quad))^2}}$ ＝ 1

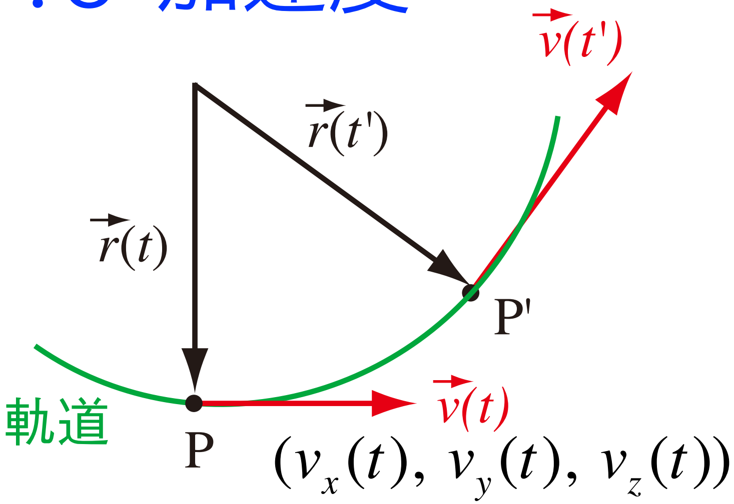
$=\dfrac{2\pi R}{T}$　$\dfrac{\text{周長}}{\text{周期}}$

加速度

ベクトルの微分

等速円運動

1.5 加速度



速度の変化

$$\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t') - \vec{v}(t)$$
$$= (v_x(t') - v_x(t),\ v_y(t') - v_y(t),\ v_z(t') - v_z(t))$$
$$= (\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z)$$

加速度：速度ベクトルの時間変化

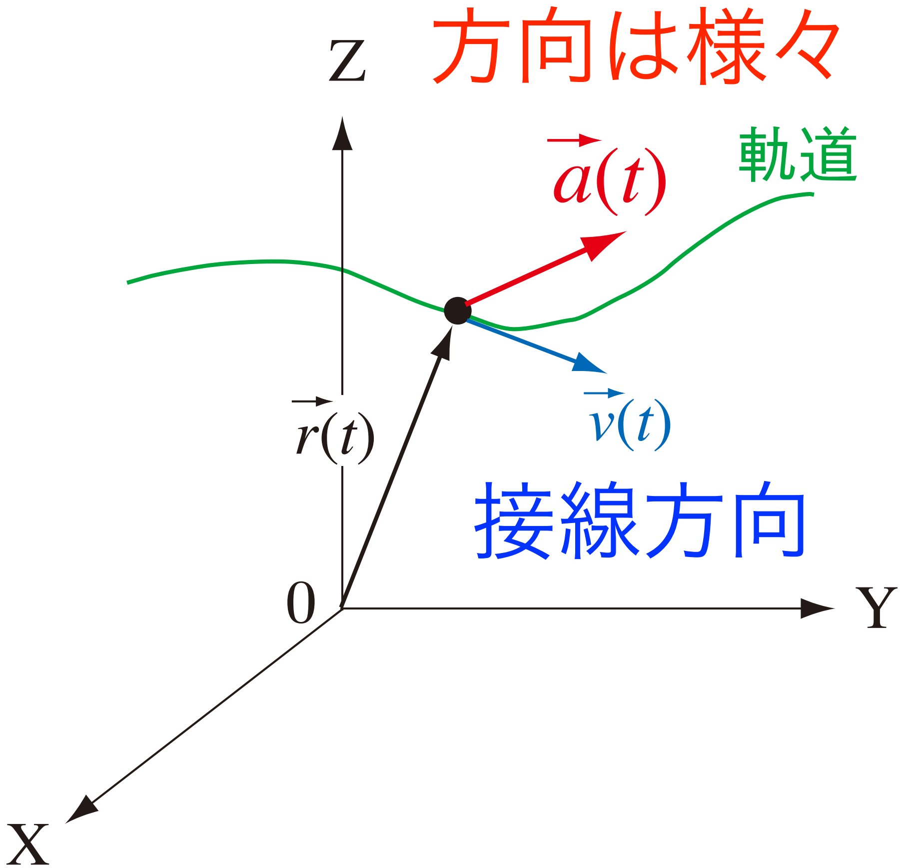
$$\vec{a}(t) = (a_x(t), a_y(t), a_z(t))$$

時刻 t の加速度

$$= \left(\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_x}{\Delta t}, \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_y}{\Delta t}, \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_z}{\Delta t}\right)$$

微分の定義

$$= \left(\frac{dv_x(t)}{dt}, \frac{dv_y(t)}{dt}, \frac{dv_z(t)}{dt}\right) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$



速度 $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt}$

代入

加速度

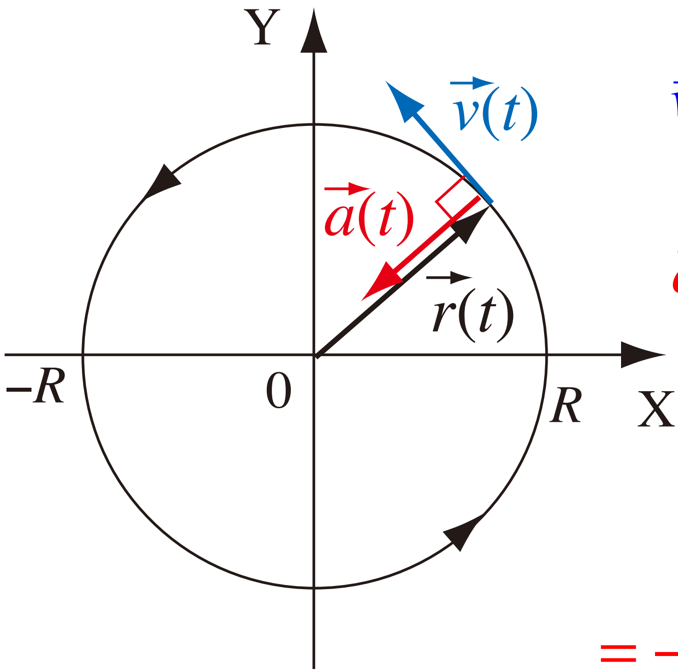
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}(t)}{dt}\right)$$

$$= \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}, \frac{d^2y(t)}{dt^2}, \frac{d^2z(t)}{dt^2}\right)$$

２階微分

- □ 加速度ベクトルは速度ベクトルの時間微分
- □ 加速度ベクトルは位置ベクトルの時間についての２階微分
- □ 単位 $\left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$

例：等速円運動



$$\vec{r}(t)=\left(\boxed{R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ \boxed{R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ 0\right)$$

$$\vec{v}(t)=\left(-\frac{2\pi}{T}R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ \frac{2\pi}{T}R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ 0\right)$$

$$\vec{a}(t)=\frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

$$=\left(-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\boxed{R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\boxed{R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ 0\right)$$

$$=-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\vec{r}(t)$$

$\vec{r}(t)$ と逆向き →中心方向

加速度の大きさ

$$a(t)=\left|\vec{a}(t)\right|=\left|-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\vec{r}(t)\right|=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\overset{R}{\left|\vec{r}(t)\right|}=\frac{v^2}{R}$$

$\left.\begin{array}{l} v\rightarrow 大 \\ R\rightarrow 小 \end{array}\right\}\ a\rightarrow 大$

速さ $v=\left|\vec{v}(t)\right|=\frac{2\pi}{T}R$

$$a = \frac{v^2}{R}$$

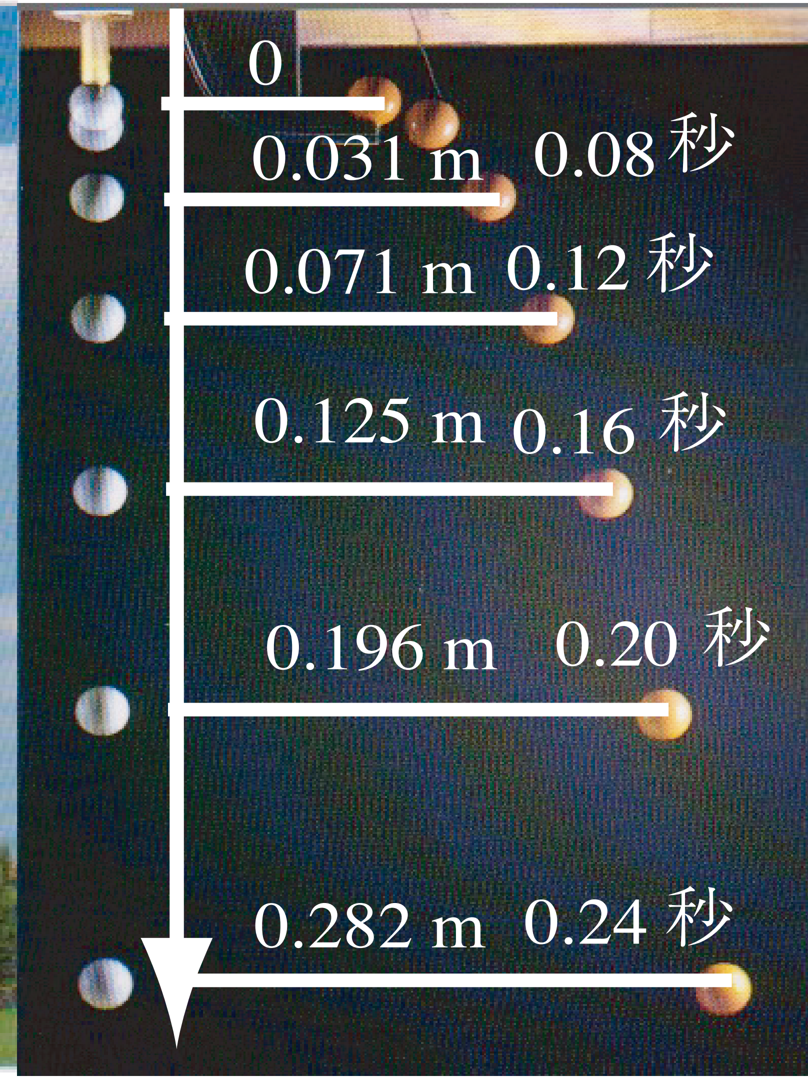
自由落下

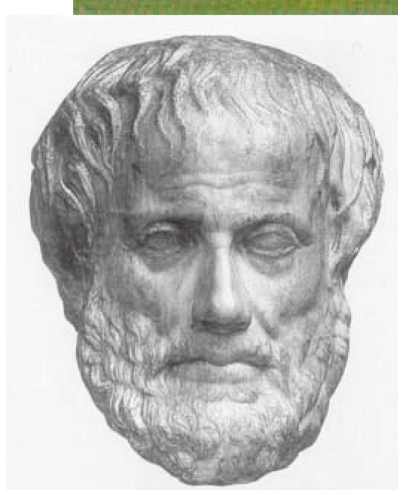
重いものも
軽いものも　同じように落ちる

1.6 自由落下

ガリレオ ガリレイ
Galileo Galilei
1564 - 1642
Pisa

振り子の等時性
望遠鏡
落下の法則
それでも地球は動く

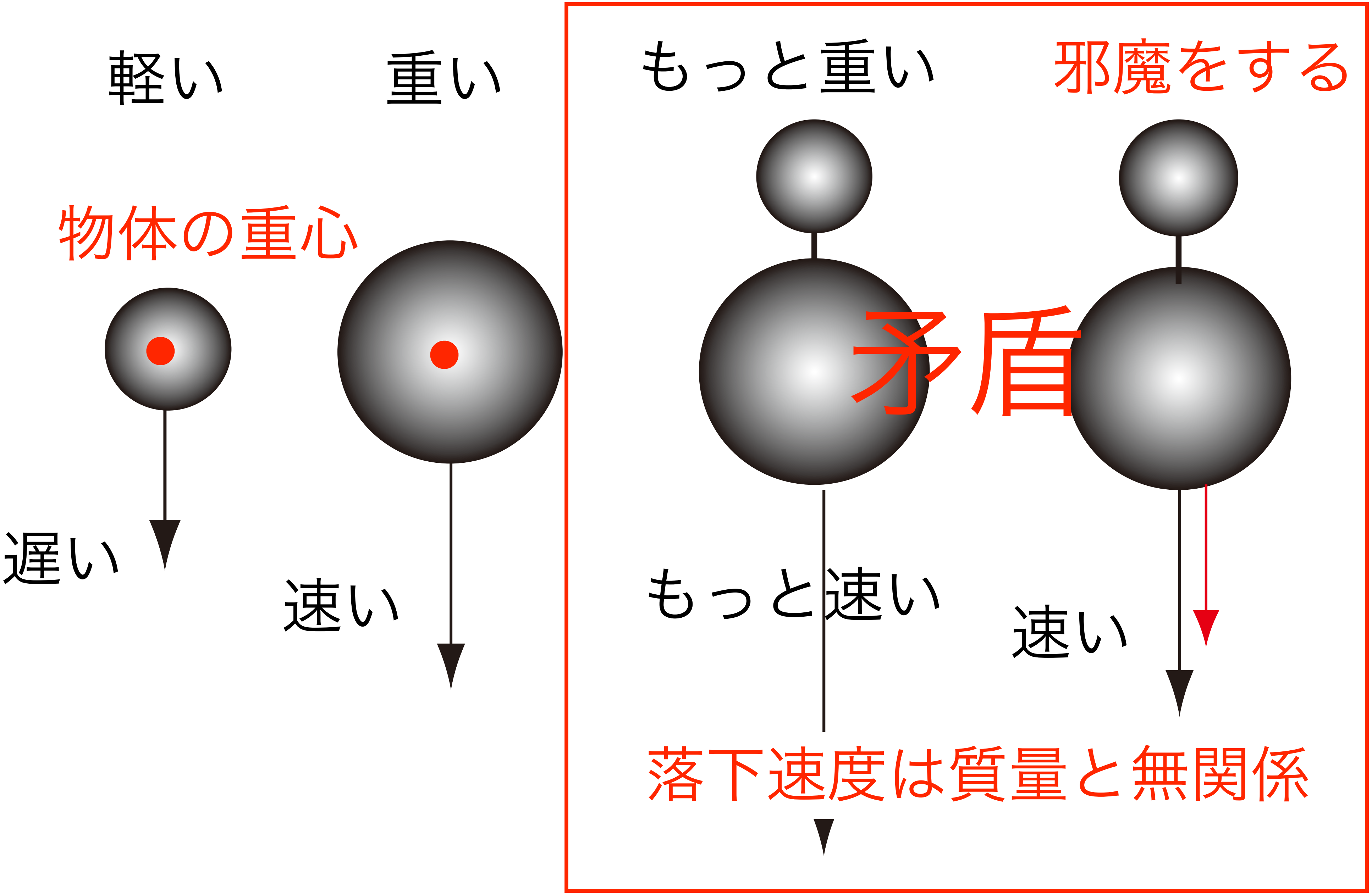




アリストテレス
前384 - 前322
プラトンの弟子

物体は重さに比例して落下する

「重いものは速く落下する」は間違い



自由落下の法則

空気抵抗が無視できるときには、あらゆる物体の落下運動の加速度は一定で、大きさは $9.8\ \mathrm{m/s^2}$ である。

ガリレオ ガリレイ
Galileo Galilei
1564 - 1642
Pisa

この加速度を**重力加速度**といい、

記号 g で表す。 $g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$

自由落下の実験

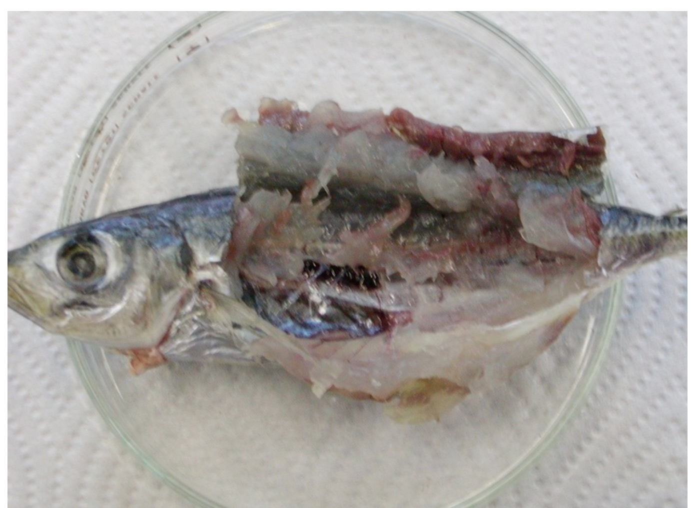
真空に~~人間を入~~れるとどうなる？

さかな　　やってみました

５分後

それよりも

５時間後



全然変化がないので
中を調べてみました

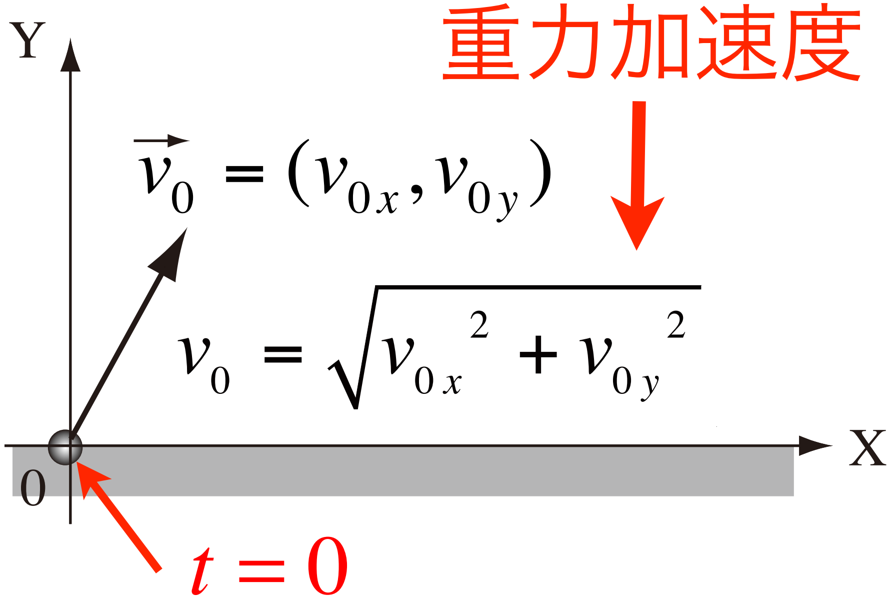
蒸気圧の低下

粘っこいもの（スライム）を入れて
真空にしてみました

水平投射

モンキーハンティング

例：ボール投げ



$$\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$$

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^{\ 2} + v_{0y}^{\ 2}}$$

□ 加速度

$$\vec{a}(t) = (0,\ -\mathrm{g})$$

$$= \left(\frac{dv_x(t)}{dt}, \frac{dv_y(t)}{dt} \right)$$

□ X方向の速度

これを求める

$$\int_0^t \frac{d\boxed{v_x(t)}}{dt} dt = \int_0^t 0 \ dt$$

$$\Rightarrow \left[v_x(t) \right]_0^t = 0$$

$$v_x(t) - v_x(0) = 0$$

$$\boxed{v_x(t) = v_x(0) = v_{0x}}$$

□ Y方向の速度

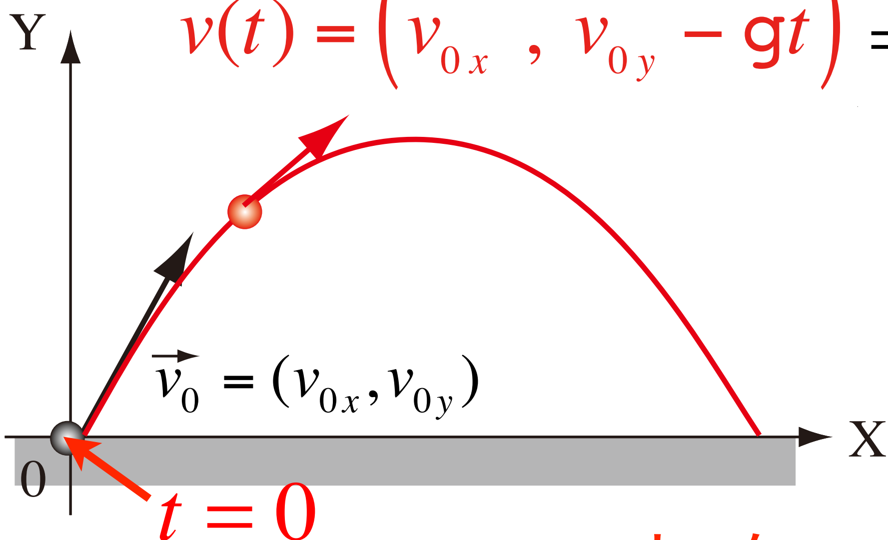
$$\int_0^t \frac{dv_y(t)}{dt} dt = \int_0^t -\mathrm{g} \ dt$$

$$\Rightarrow \left[v_y(t) \right]_0^t = \left[-\mathrm{g}\, t \right]_0^t$$

$$v_y(t) - v_y(0) = -\mathrm{g}t$$

$$\boxed{v_y(t) = v_{0y} - \mathrm{g}t}$$

$$\vec{v}(t) = \left(v_{0x}\ ,\ v_{0y} - gt\right) = \left(\frac{dx(t)}{dt},\ \frac{dy(t)}{dt}\right)$$



□ X方向

これを求める

$$\int_0^t \frac{d\boxed{x(t)}}{dt}dt = \int_0^t v_{0x}\, dt$$

$$\Rightarrow \quad \left[x(t)\right]_0^t = v_{0x}\ t$$

$$x(t) - \underbrace{x(0)}_{=0} = v_{0x}\ t$$

$$\boxed{x(t) = v_{0x}\ t}$$

$$t = \frac{x(t)}{v_{0x}}$$

□ Y方向

$$\int_0^t \frac{dy(t)}{dt}dt = \int_0^t (v_{0y} - gt)dt$$

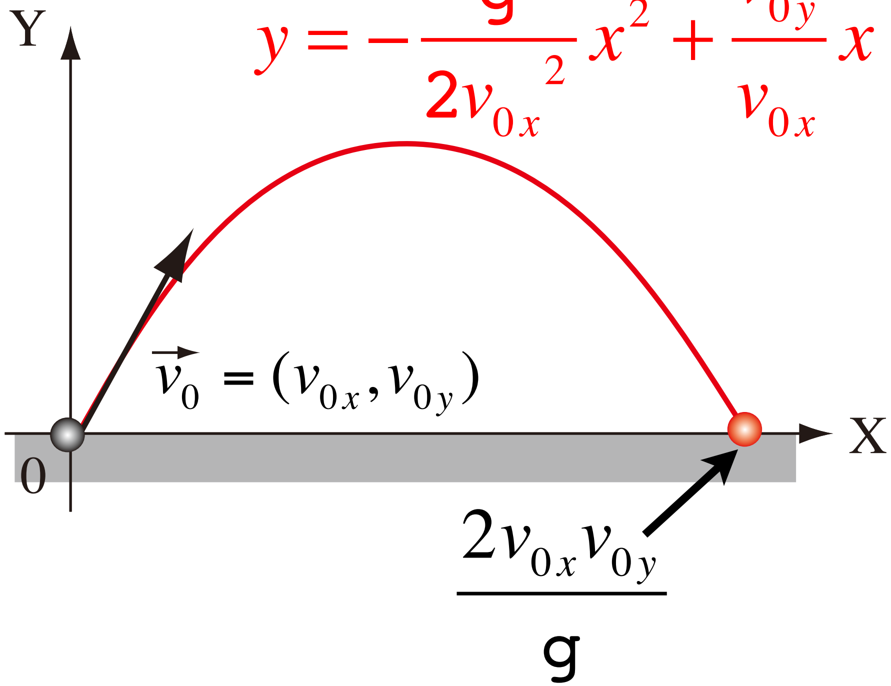
$$y(t) - \underbrace{y(0)}_{=0} = v_{0y}\boxed{t} - \frac{1}{2}g\boxed{t}^2$$

□ 軌道

$$y(t) = v_{0y}\frac{x(t)}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x(t)}{v_{0x}}\right)^2$$

$$y = -\frac{g}{2v_{0x}^{\ 2}}x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x$$

$$y = -\frac{g}{2{v_{0x}}^2}x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x$$



□ 落下点　$y = 0$

$$\Rightarrow x = 0\ ,\ \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

相加平均・相乗平均　$\left\{\sqrt{\alpha\beta}\right\}^2 \leqq \left\{\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\right\}^2$　等号は $\alpha = \beta$ のとき

$$\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} \leqq \frac{2}{g}\left\{\frac{1}{2}(v_{0x}+v_{0y})\right\}^2 \Rightarrow v_{0x} = v_{0y} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

の時最長（４５°上方）

$$x_{\max} = \frac{2\left(\frac{v_0}{\sqrt{2}}\right)^2}{g} = \frac{{v_0}^2}{g}$$

位置、速度、加速度

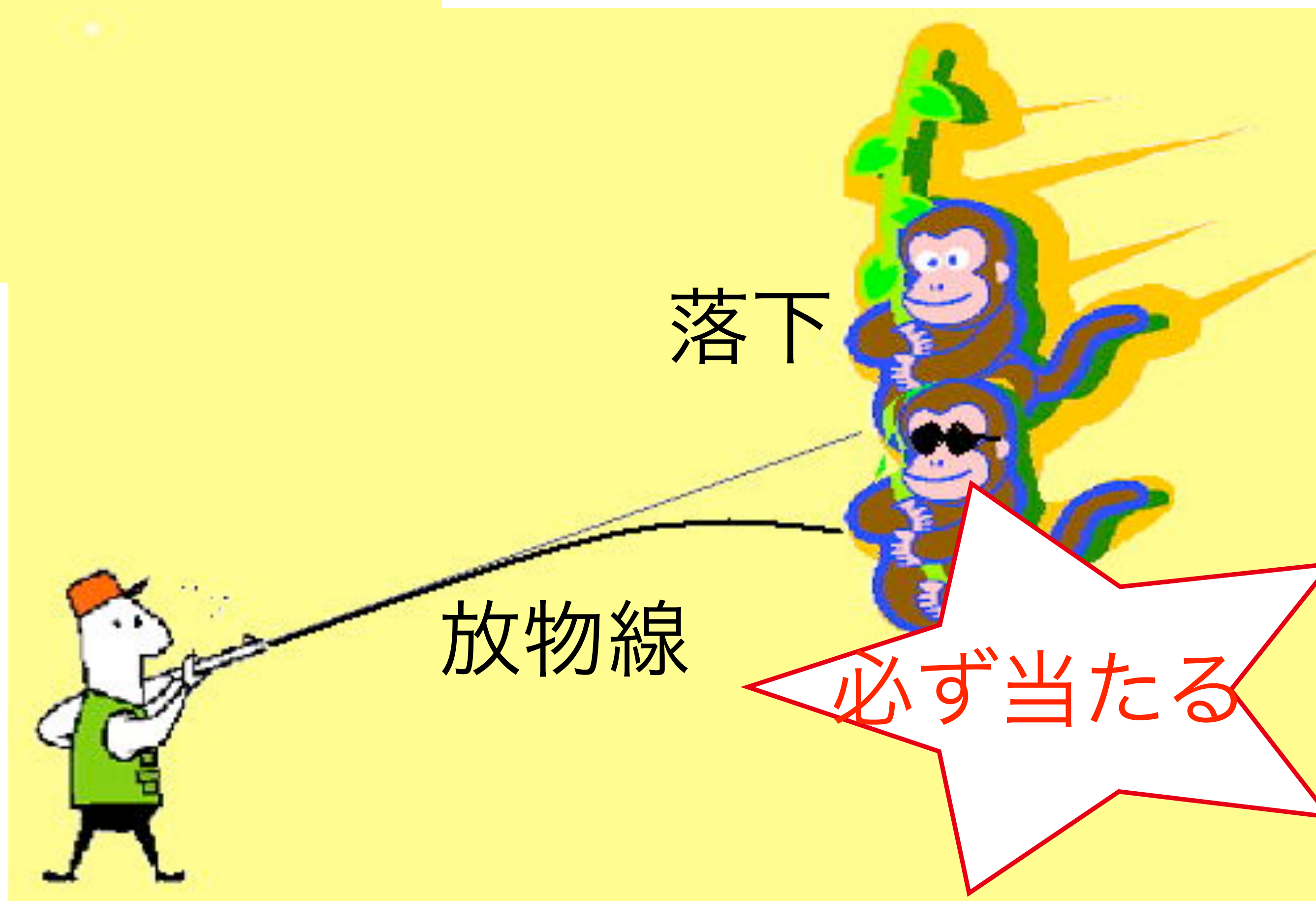
$$x(t) \xrightarrow{\text{微分}} \frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{微分}} \frac{dv(t)}{dt}$$

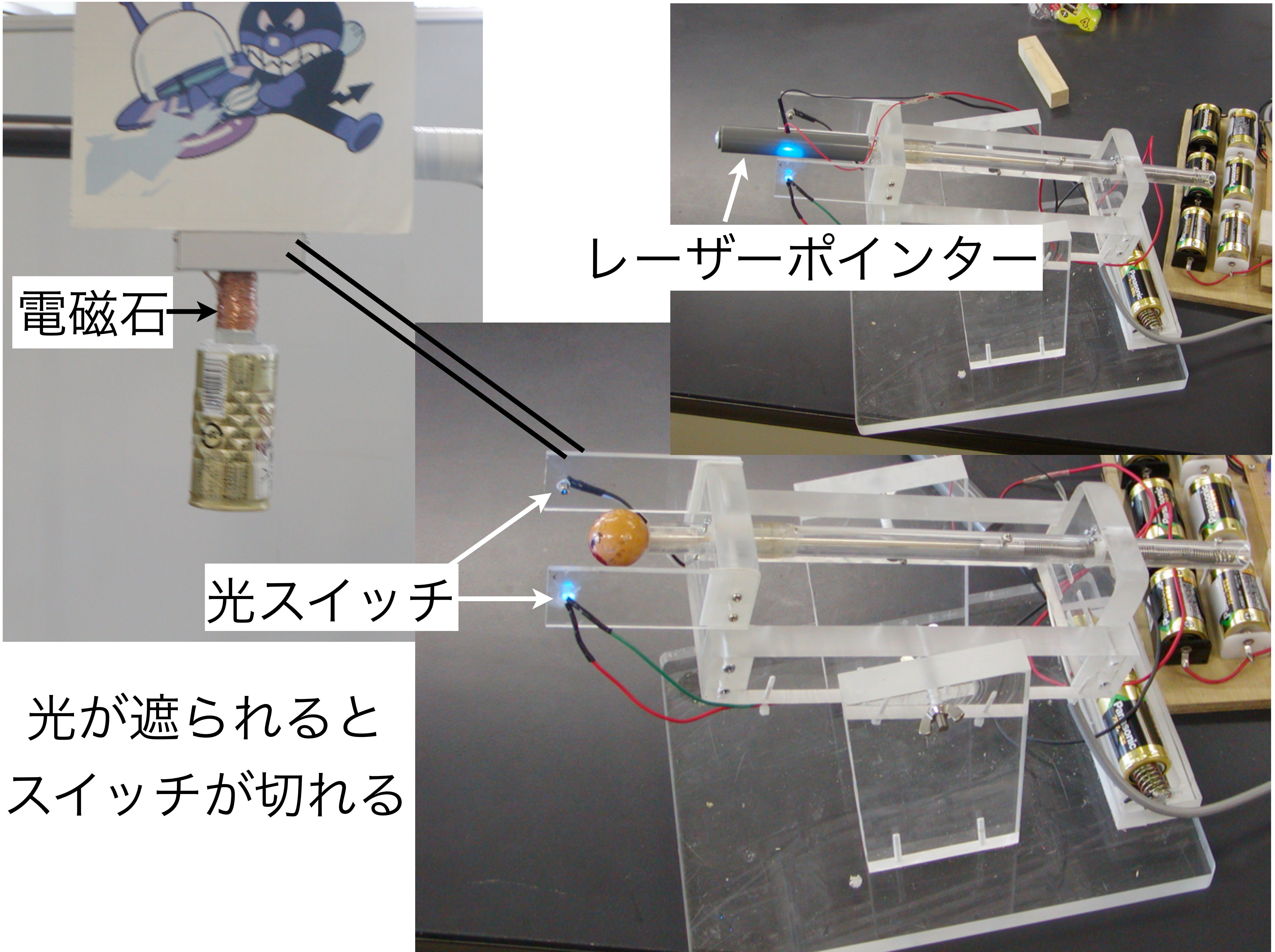
$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t), \qquad \frac{dv(t)}{dt} = a(t)$$

$$\xleftarrow{\text{積分}} \qquad \xleftarrow{\text{積分}}$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} v(t)dt \qquad v(t) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(t)dt$$

例：モンキー・ハンティング　　　練習問題 P13 問３

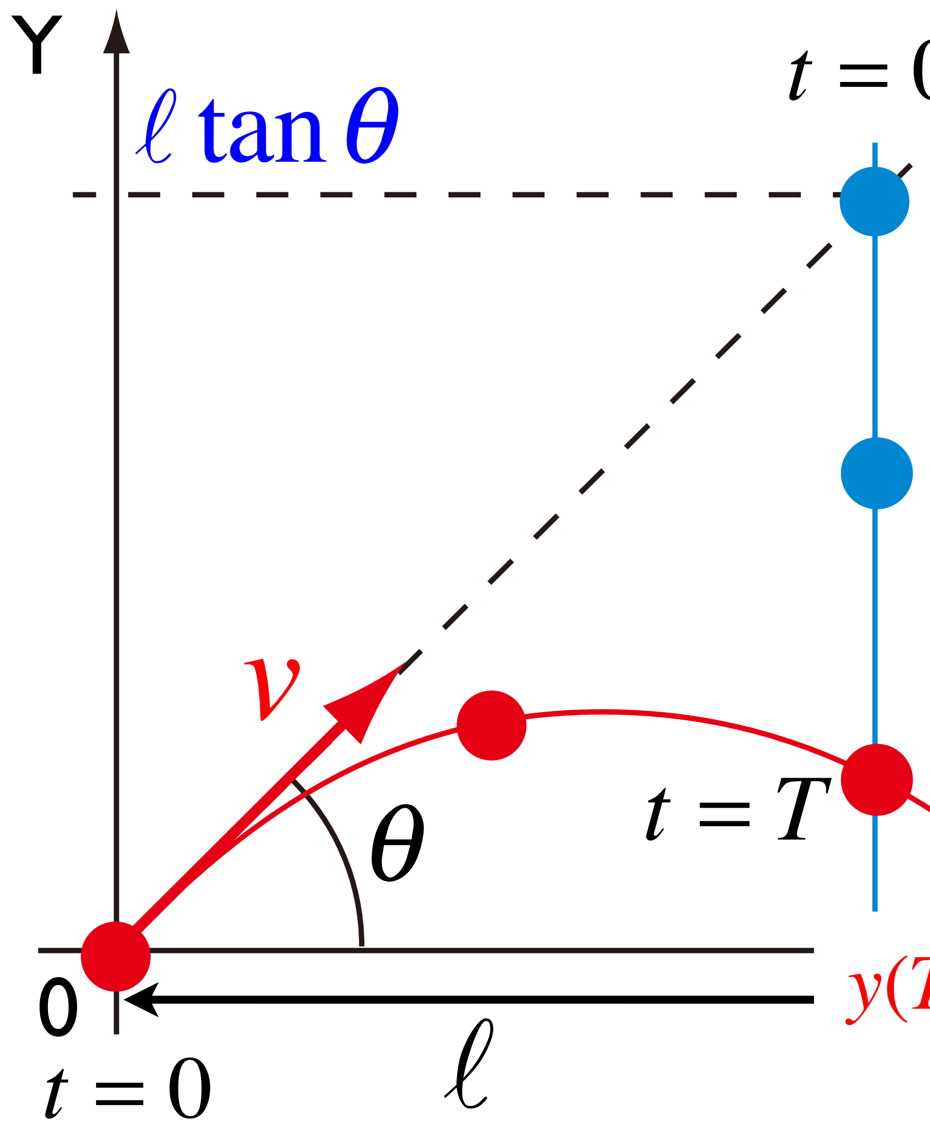




光が遮られると
スイッチが切れる

モンキーハンティングの実験

モンキー・ハンティング



●の位置

$$x(t) = v\cos\theta \times t$$

$$y(t) = v\sin\theta \times t - \frac{1}{2}gt^2$$

$x(T) = \ell$ となる時刻

$$x(T) = v\cos\theta \times T = \ell$$

$$\rightarrow T = \frac{\ell}{v\cos\theta}$$

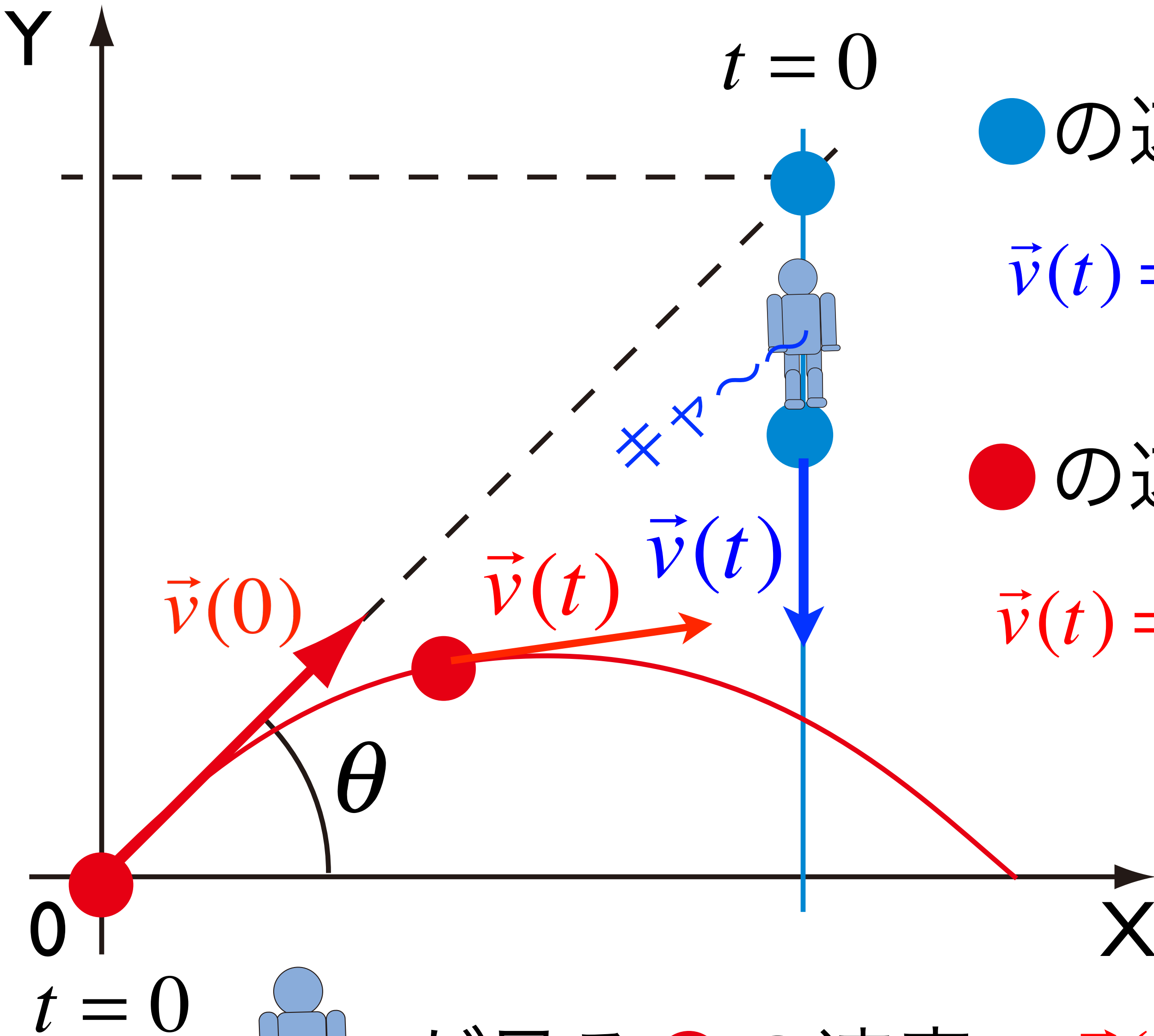
$$y(T) = \cancel{v}\sin\theta \times \frac{\ell}{\cancel{v}\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{\ell}{v\cos\theta}\right)^2$$

$\updownarrow$ 同じ　衝突！

$$y(T) = \ell\tan\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{\ell}{v\cos\theta}\right)^2$$

●の位置 $x(t) = \ell$

$$y(t) = \ell\tan\theta - \frac{1}{2}gt^2$$

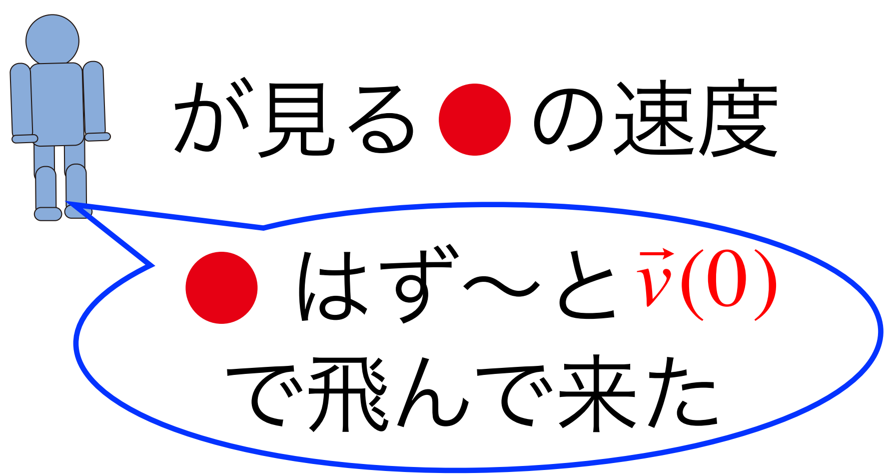


●の速度

$\vec{v}(t)=\left(0,-gt\right)$

●の速度

$\vec{v}(t)=\left(v\cos\theta, v\sin\theta-gt\right)$



が見る●の速度

相対速度

$$\vec{v}(t)-\vec{v}(t)$$
$$=\left(v\cos\theta, v\sin\theta\right)$$
$$=\vec{v}(0)$$

力の発見

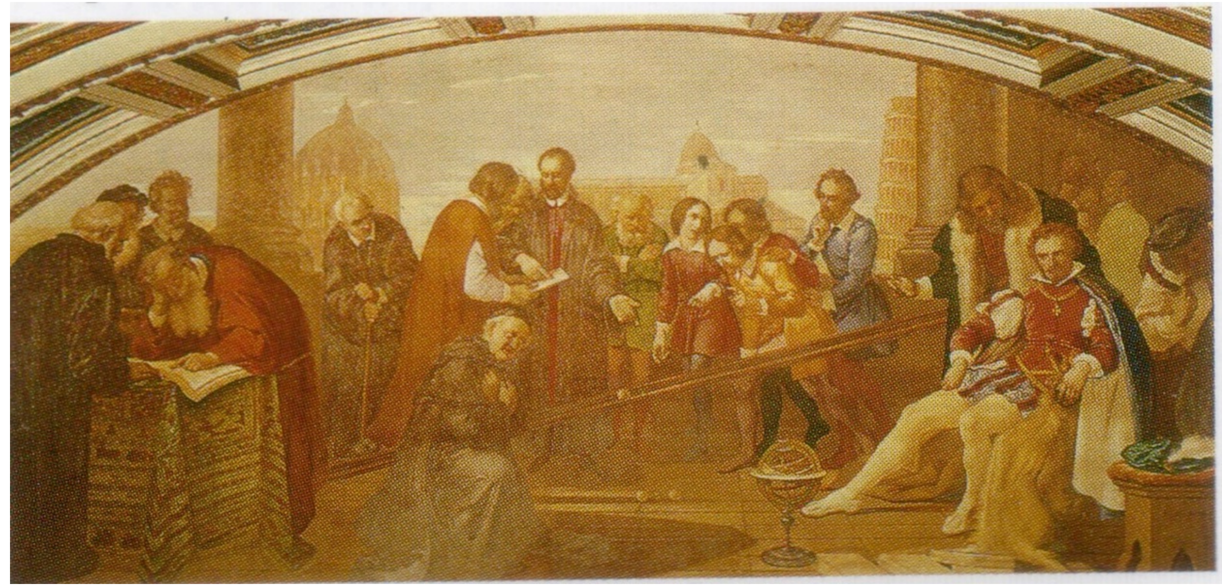
最初は「重力」

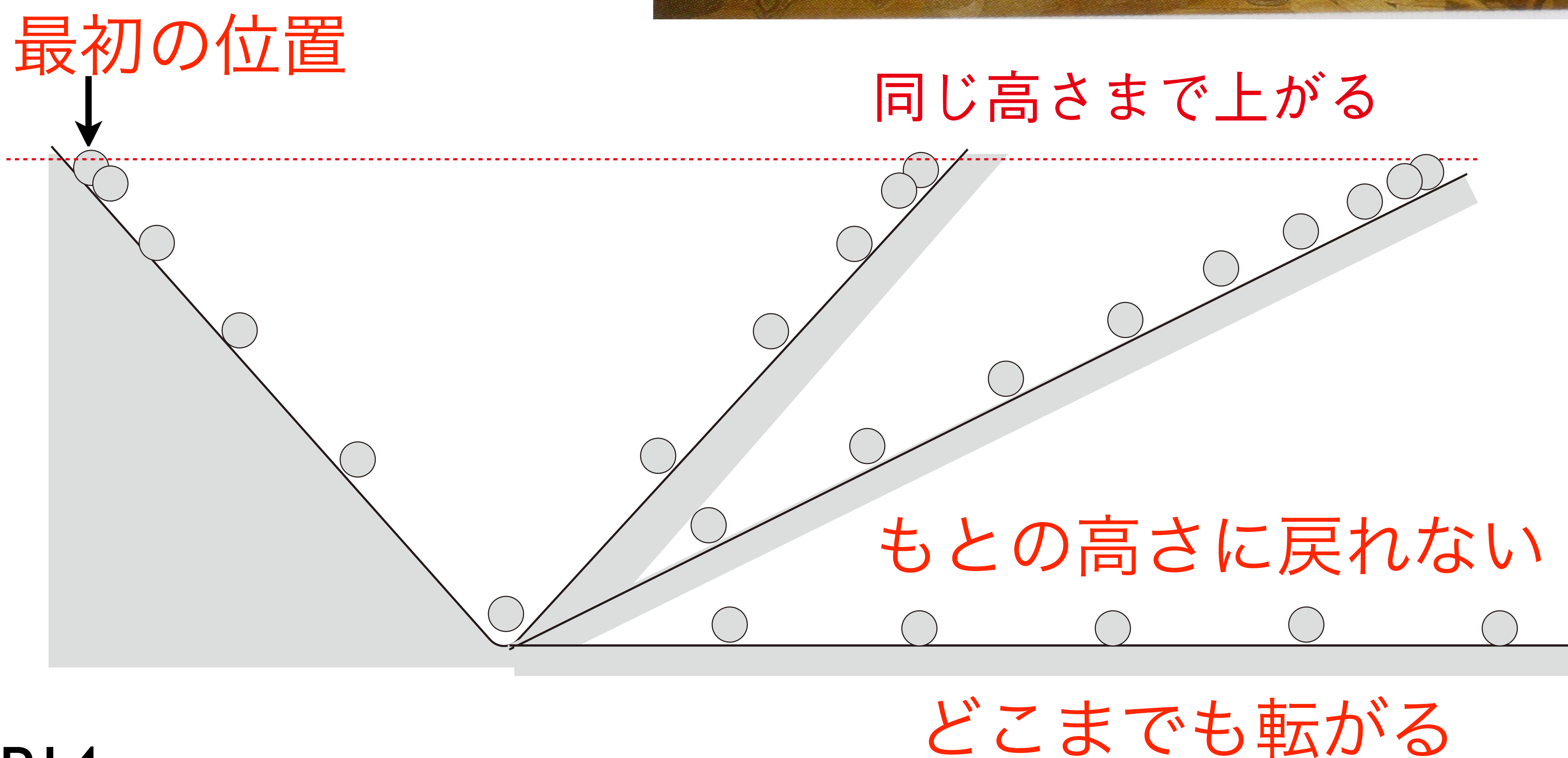
逆2乗法則

1.7 力

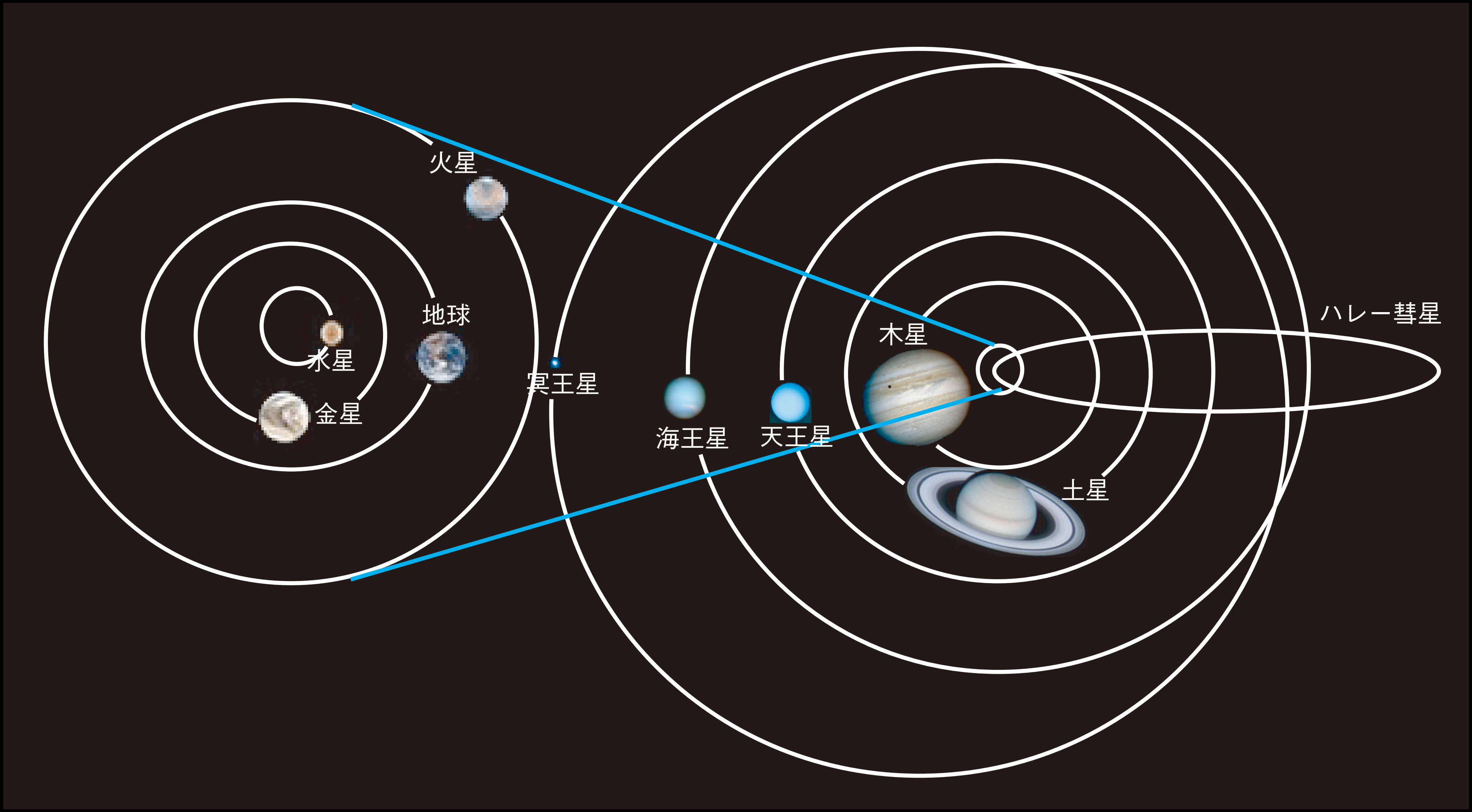
慣性の法則

ガリレオ・ガリレイ
の思考実験





４６億年前から回っている



慣性の法則

力が働いていない ⟶ 等速運動

力とは

対偶：　速度の変化 ⟶ 力が働いている

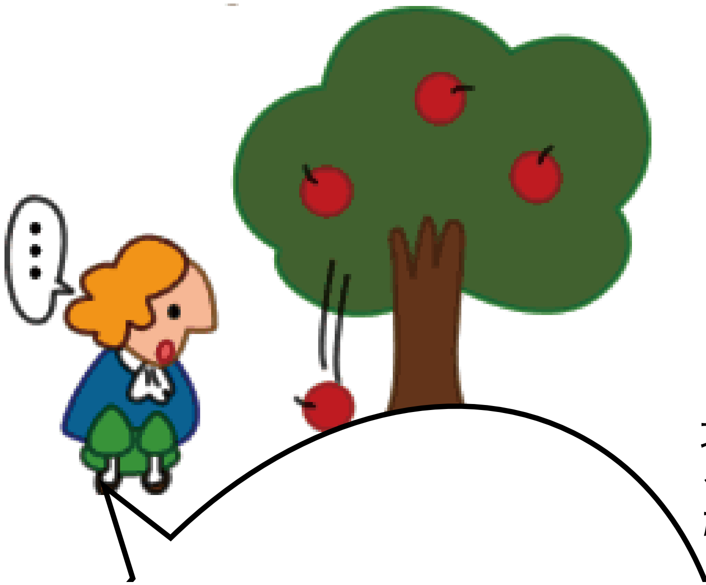
最も簡単に　加速度 $\propto$ 力　と考えてみる

比例

仮定：実験（観測）で実証

これが正しいのがスゴイ！

万有引力の発見について



$$\frac{dv(t)}{dt} = a(t) = \mathrm{g}$$

$$\int_0^t \frac{dv(t)}{dt}\,dt = \int_0^t \mathrm{g}\,dt$$

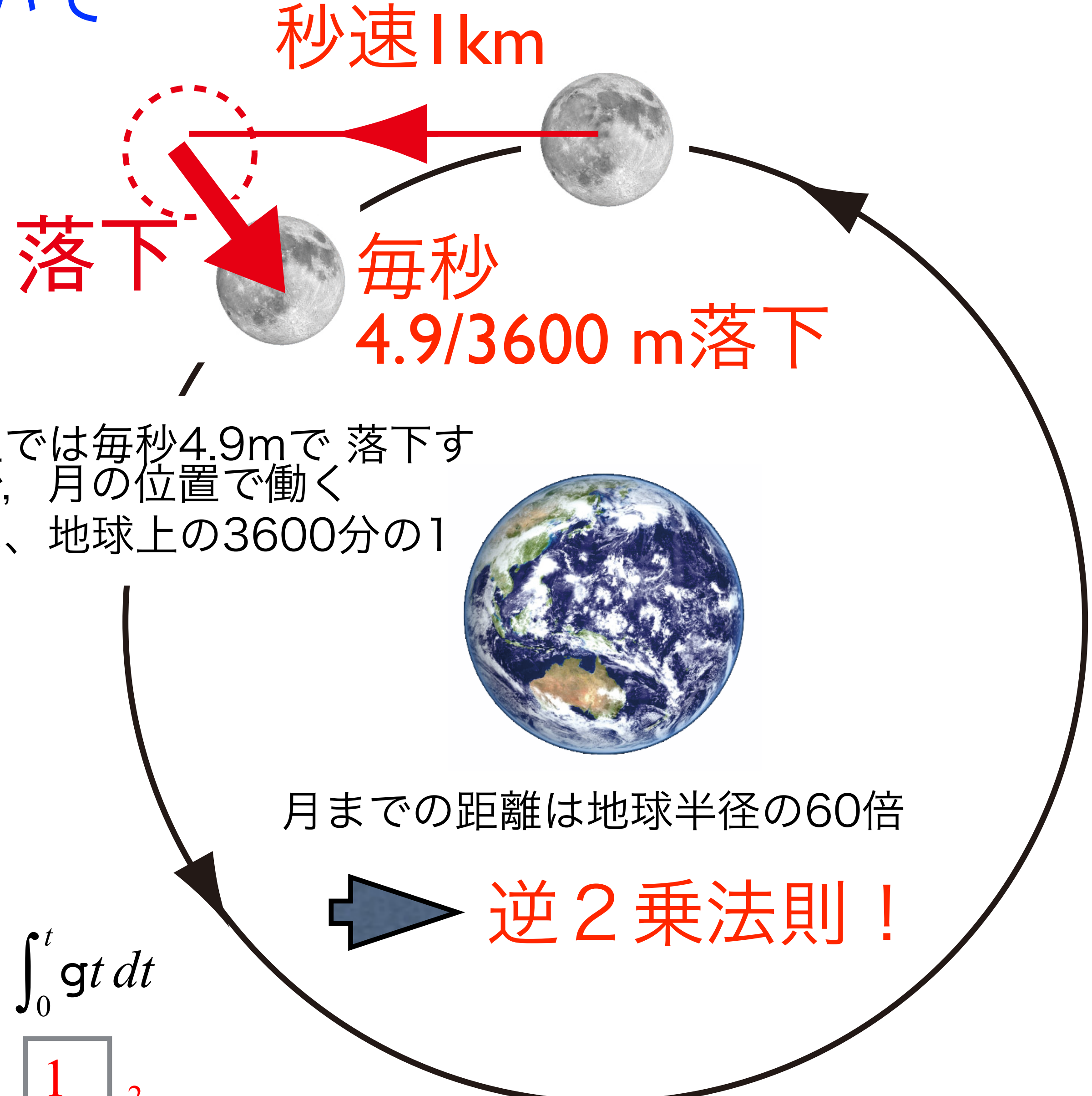
$$v(t) - \underbrace{v(0)}_{=0} = \mathrm{g}t$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \mathrm{g}t$$

$$\int_0^t \frac{dx(t)}{dt}\,dt = \int_0^t \mathrm{g}t\,dt$$

$$x(t) - x(0) = \boxed{\frac{1}{2}\mathrm{g}t^2}$$

$$\frac{1}{2}\times 9.8 = 4.9$$

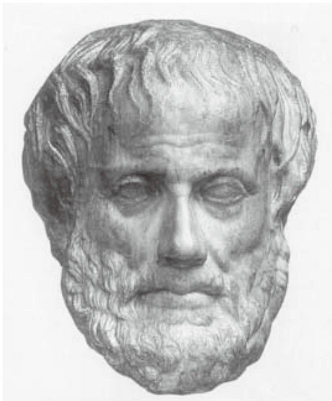


地球上では毎秒4.9mで 落下するので, 月の位置で働く
引力は、地球上の3600分の1

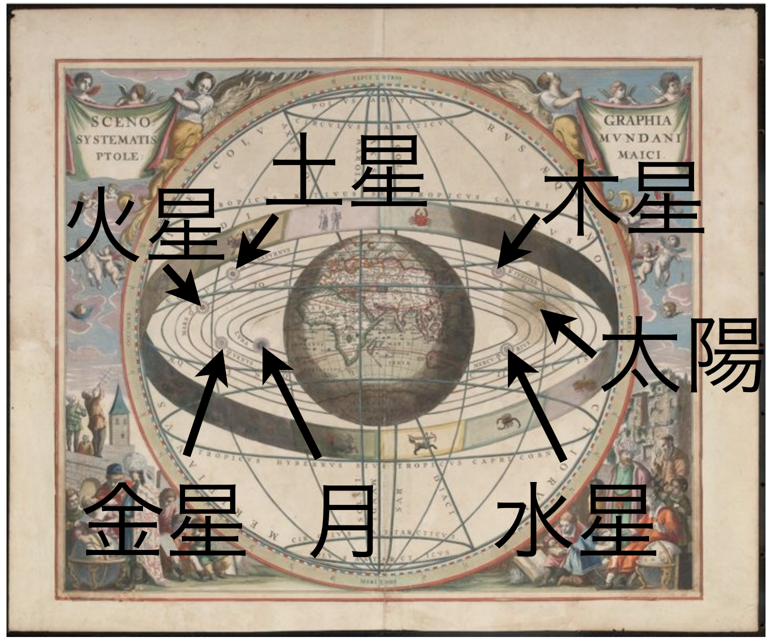
逆２乗法則！

→ケプラーの法則も説明できる

1.7.1 重力

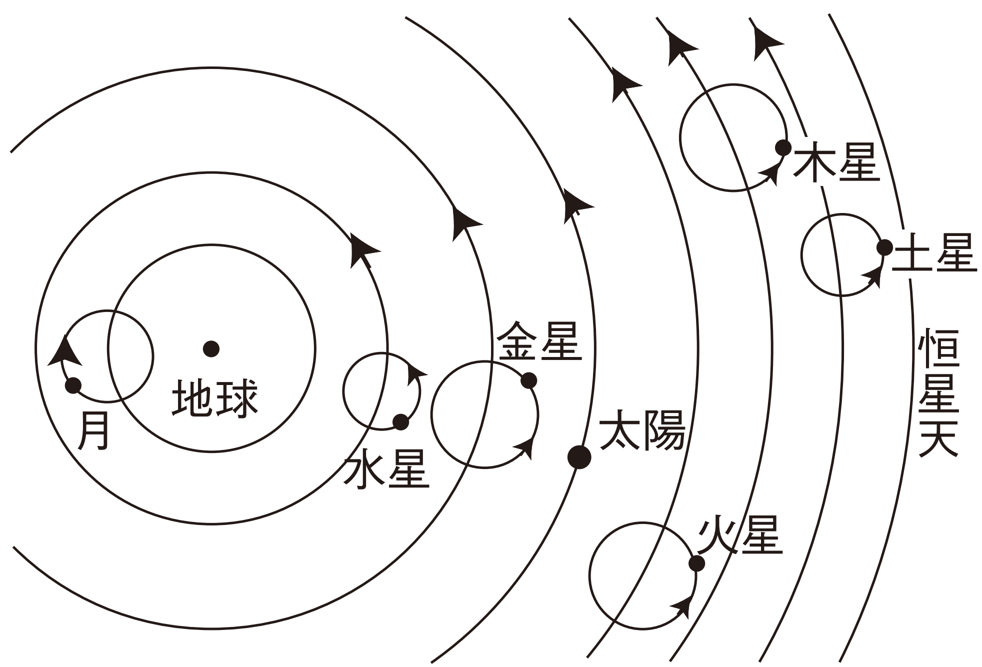


アリストテレス
BC 384 - BC 322
マケドニア



火星（惑星）

プトレマイオス
85 - 165
アレクサンドリア



かなり正確

占星術

大航海時代

コロンブス 1492

天空の回転について（1543）

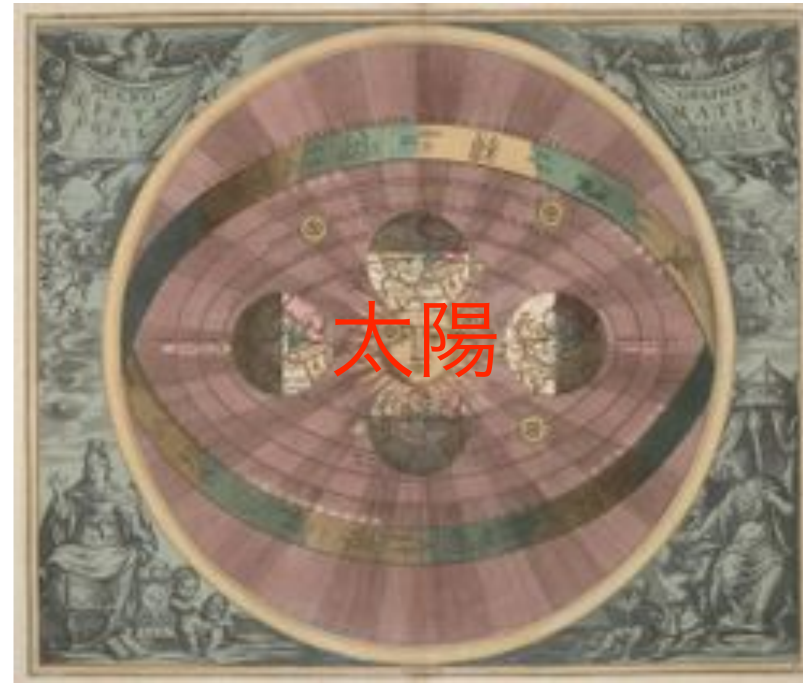
コペルニクス
1473 - 1543
ポーランド、ドイツ

NICOLAI
COPERNICI TORINENSIS DE REVOLVTIONIBUS orbium cœlestium,
Libri VI.

IN QVIBVS STELLARVM ET FIXARVM ET ERRATICARVM MOTVS, EX VETERIBUS atq; recentibus observationibus, restituit hic autor. Praeterea tabulas expeditas luculentasq; addidit, ex quibus eosdem motus ad quoduis tempus Mathematum studiosus facillime calculare poterit.

ITEM, DE LIBRIS REVOLVTIONVM NICOLAI Copernici Narratio prima, per M. Georgium Ioachimum Rheticum ad D. Ioan. Schonerum scripta.

BASILEAE, EX OFFICINA HENRICPETRINA.

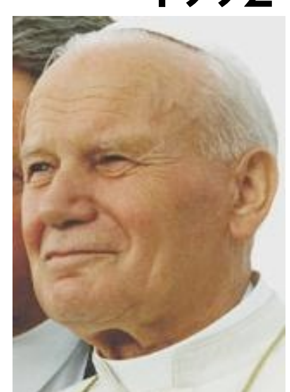


ガリレオ ガリレイ
1564 - 1642
イタリア

天文対話（1632）

宗教裁判　1633 終身刑

それでも地球は動く



1992 年 ヨハネ・パウロ２世
(1920-2005)
在位：1978-2005

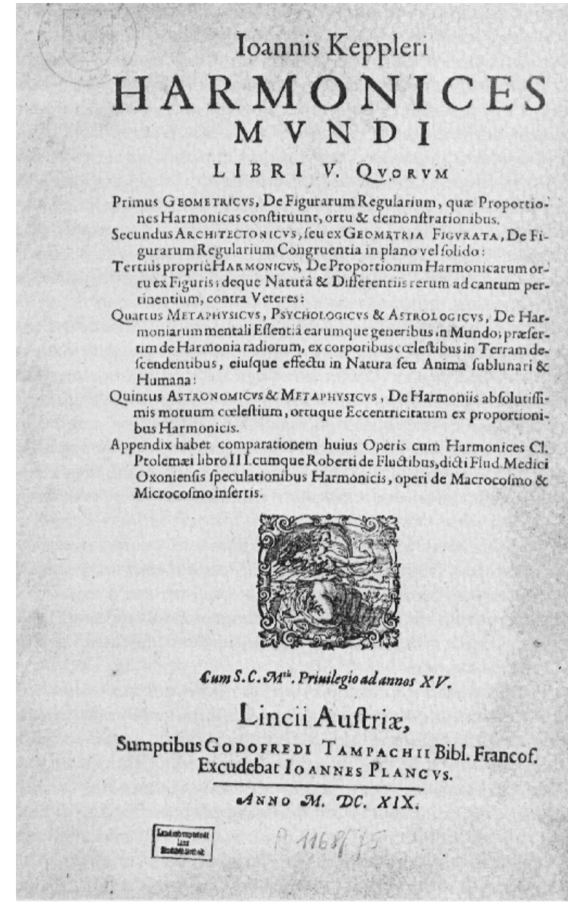
宗教裁判のあやまちを
公式に認め謝罪

ティコ・ブラーエ
1546 - 1601
デンマーク　貴族

肉眼で 0.07°の精度

ヨハネス・ケプラー
1571 - 1630
ドイツ

ブラーエの助手



Ioannis Keppleri
HARMONICES
MVNDI
LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportiones Harmonicas conſtituunt, ortu & demonſtrationibus.
Secundus ARCHITECTONICVS, ſeu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel ſolido:
Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris; deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres:
Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Eſſentiâ earumque generibus in Mundo; præſertim de Harmonia radiorum, ex corporibus cœleſtibus in Terram deſcendentibus, eiuſque effectu in Natura ſeu Anima ſublunari & Humana:
Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis abſolutiſſimis motuum cœleſtium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.
Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonices Cl. Ptolemæi libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud. Medici Oxonienſis ſpeculationibus Harmonicis, operi de Macrocoſmo & Microcoſmo inſertis.

Cum S.C.M.tis. Privilegio ad annos XV.

Lincii Auſtriæ,
Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS.

ANNO M. DC. XIX.

宇宙の調和（1619）

「この本は１００年のあいだ
読者を待つであろう」

ニュートン
プリンキピア（1687）

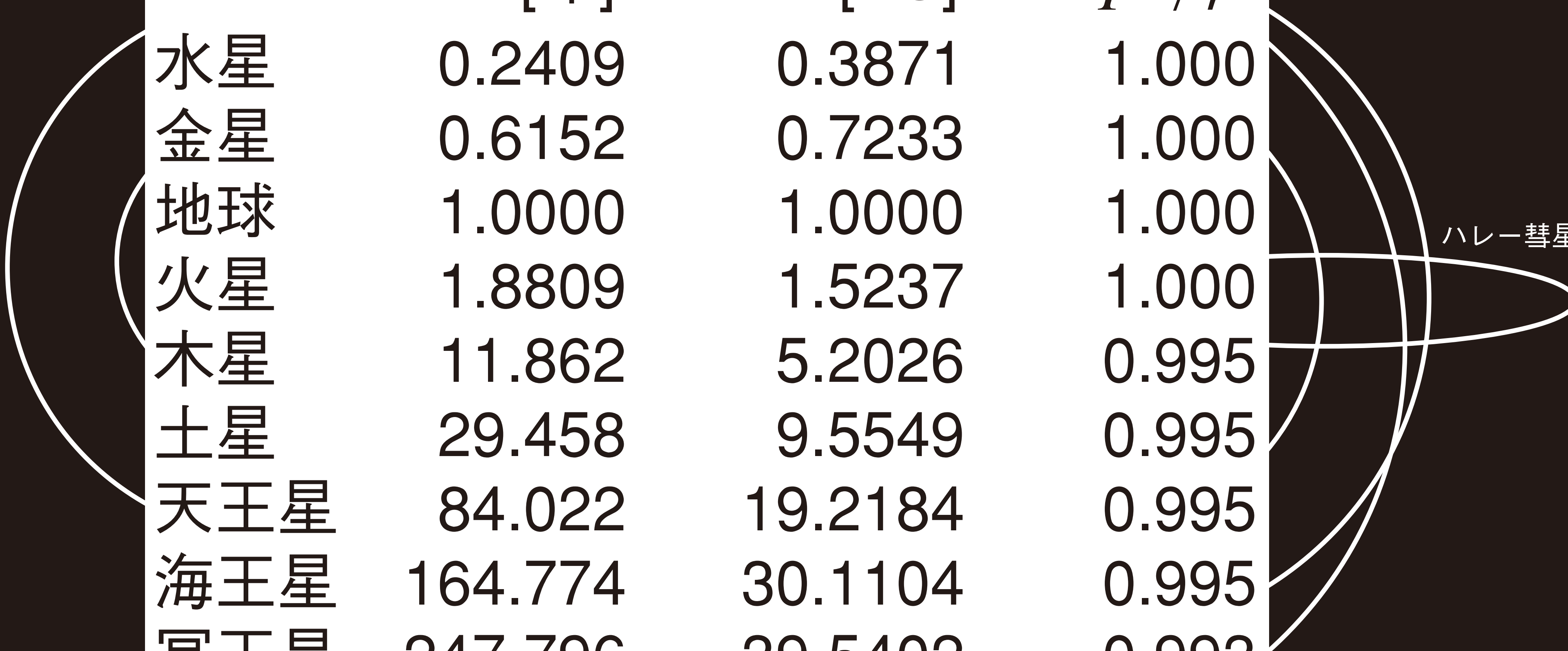
ケプラーの法則

1）楕円軌道

2）速さ（面積速度）一定

3）周期^2 ∝ 半径^3

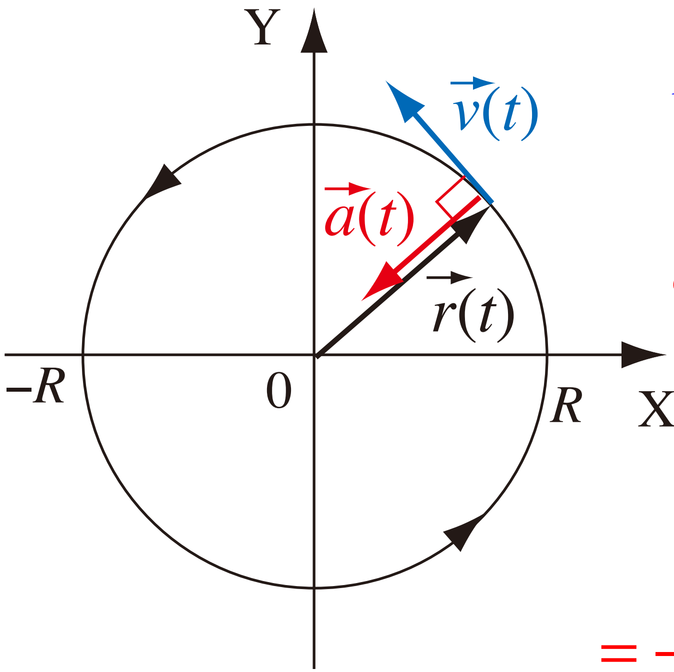
比例



	T [年]	r [AU]	T^2/r^3
水星	0.2409	0.3871	1.000
金星	0.6152	0.7233	1.000
地球	1.0000	1.0000	1.000
火星	1.8809	1.5237	1.000
木星	11.862	5.2026	0.995
土星	29.458	9.5549	0.995
天王星	84.022	19.2184	0.995
海王星	164.774	30.1104	0.995
冥王星	247.796	39.5402	0.993

1 AU（天文単位）$= 1.496 \times 10^{11}$ m

例：等速円運動



$$\vec{r}(t)=\left(\boxed{R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ \boxed{R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ 0\right)$$

$$\vec{v}(t)=\left(-\frac{2\pi}{T}R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ \frac{2\pi}{T}R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right),\ 0\right)$$

$$\vec{a}(t)=\frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

$$=\left(-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\boxed{R\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\boxed{R\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)},\ 0\right)$$

$$=-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\vec{r}(t)$$

$\vec{r}(t)$ と逆向き →中心方向

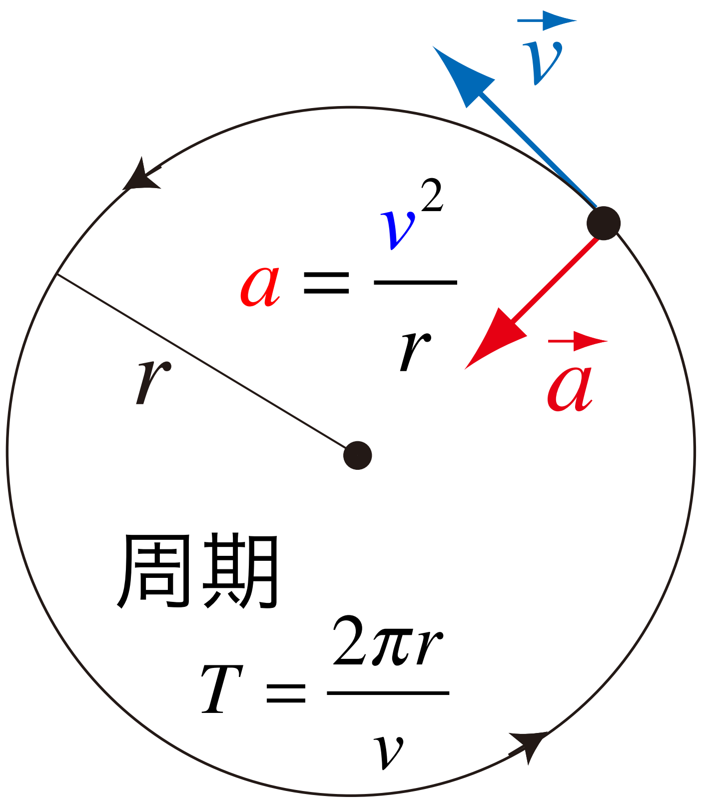
加速度の大きさ

$$a(t)=\left|\vec{a}(t)\right|=\left|-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\vec{r}(t)\right|=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\overset{R}{\left|\vec{r}(t)\right|}=\frac{v^2}{R}$$

v→大, R→小 } a→大

速さ $v=\left|\vec{v}(t)\right|=\dfrac{2\pi}{T}R$

速さ v の円運動



慣性の法則

力が働いていない ⟶ 等速度運動

対偶：

速度の変化 ⟶ 力が働いている

加速度 ∝ 力　と考えてみる

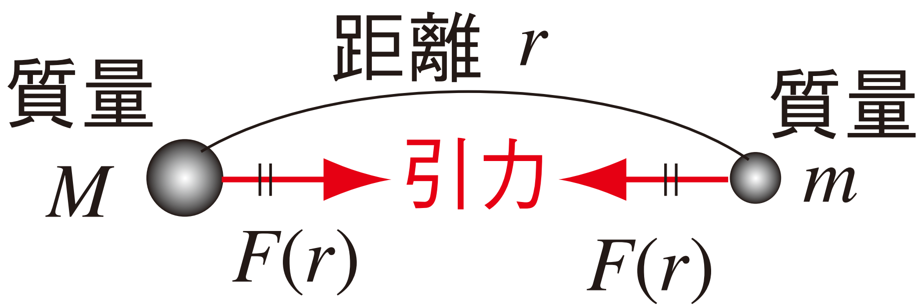
$$\frac{v^2}{r} \propto F(r) \longrightarrow v^2 \propto r\,F(r)$$

ケプラー#3　半径^3 ∝ 周期^2

$$\boxed{r^3} \propto T^2 = \left(\frac{2\pi r}{v}\right)^2 \boxed{\propto \frac{\cancel{(2\pi)}^2 r^{\cancel{2}}}{\cancel{r}\,F(r)}}$$

$$\longrightarrow r^3 \propto \frac{r}{F(r)} \longrightarrow F(r) \propto \frac{1}{r^2}$$ 逆２乗法則

万有引力の法則（ニュートン 1687）



$$F(r) = G\frac{Mm}{r^2}$$

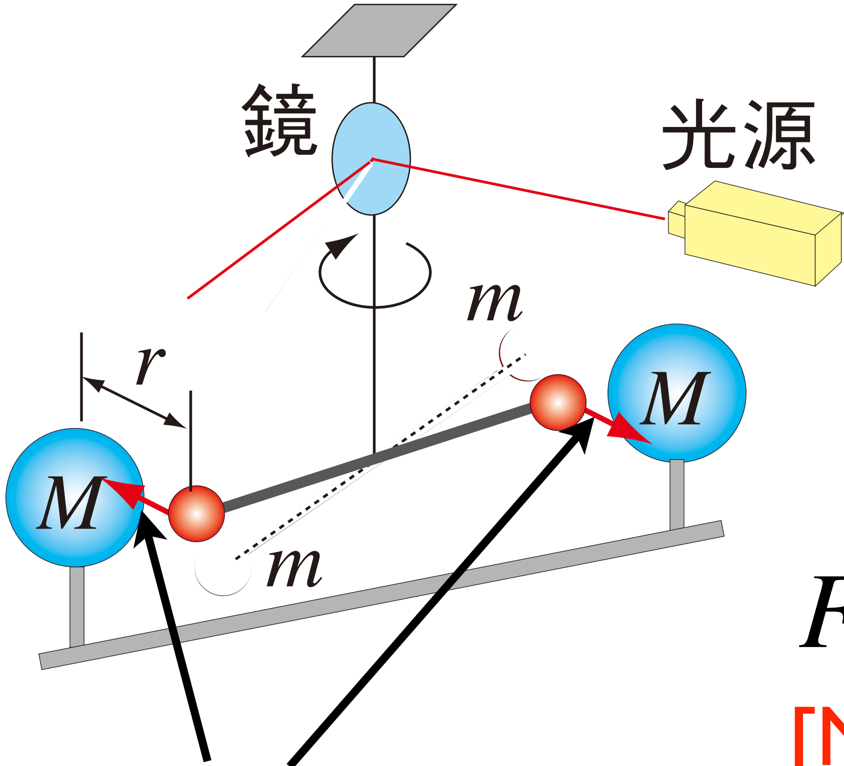
比例定数（重力定数）

- どんな惑星でもよいのか？

ニュートン	1687	
天王星	1781	
海王星	1846	土星、木星、天王星からの予言
冥王星	1930	海王星からの予言

- 離れているものに力が働く？

キャベンディッシュの実験（1798）



[kg]

$$F(r) = G\frac{Mm}{r^2}$$

[N]

ニュートン

[m]

$$G = 6.674210 \times 10^{-11} \left[\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right]$$

重力定数

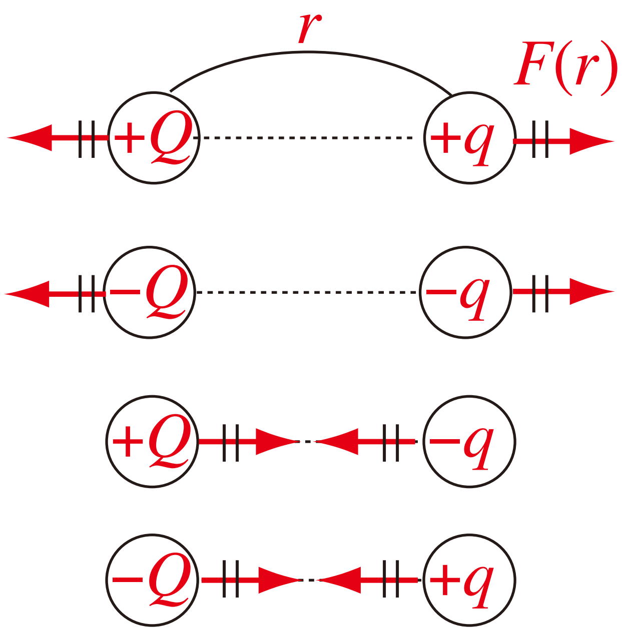
電気力

逆2乗法則

原子・分子間力

風船

室温25℃
湿度40%



力の大きさ

[C]

$$F(r) = k\frac{|q||Q|}{r^2}$$

[N]

[m]

比例定数

$$k = 9.0\times 10^9 \left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right]$$

ニュートン (1642-1727)

プリンキピア（1687）

クーロン

(1736-1806)

ビックリ！

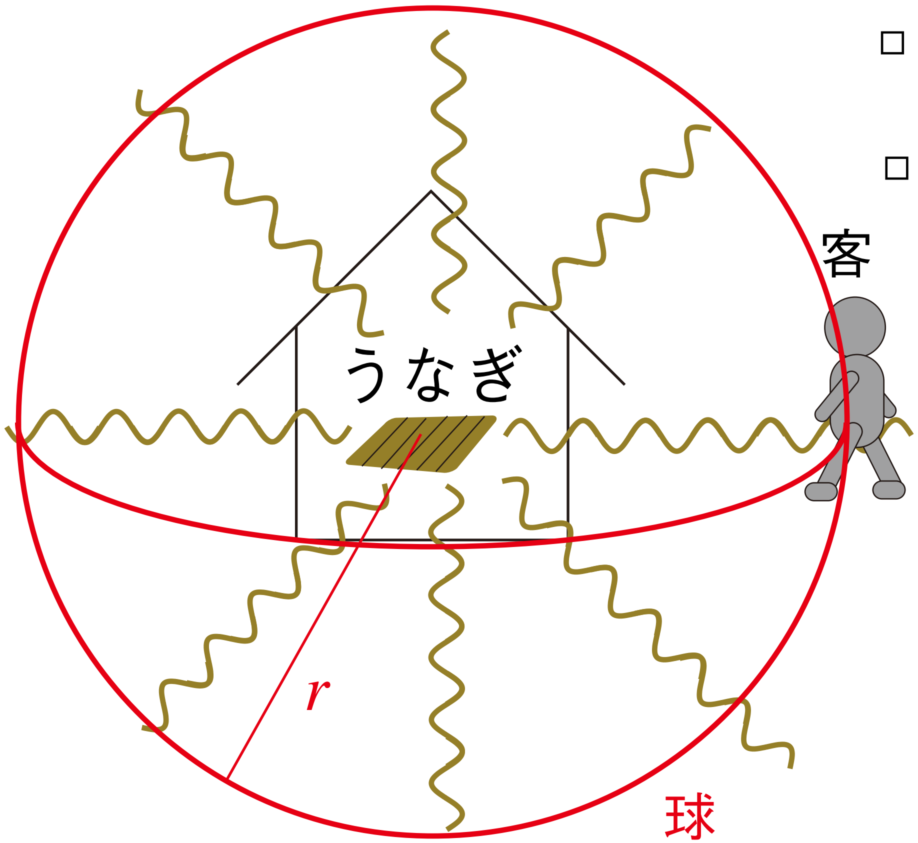
無関係

万有引力 ⟷ 電気力

$$F(r) = G\frac{mM}{r^2} \longleftrightarrow F(r) = k\frac{qQ}{r^2}$$

あまりにも似ている

なぜ $F(r)=G\frac{mM}{r^2}$ と $F(r)=k\frac{qQ}{r^2}$ が似ているのか？



□ うなぎのにおいは周囲に均質に分散する

□ うなぎの量 大 ⇨ におい 強

$$\text{におい}(r) = \text{比例定数}\ \frac{\text{うなぎの量}}{\underset{4\pi r^2}{\text{球の表面積}}}$$

重力　電気力

$$\text{客に働く力}(r) = (\text{におい}) \times (\text{客の好み})$$

$$= \frac{\text{比例定数}}{4\pi}\ G\ \ k \cdot \frac{\overset{M\quad Q}{(\text{うなぎの量})} \times \overset{m\quad q}{(\text{客の好み})}}{r^2}$$

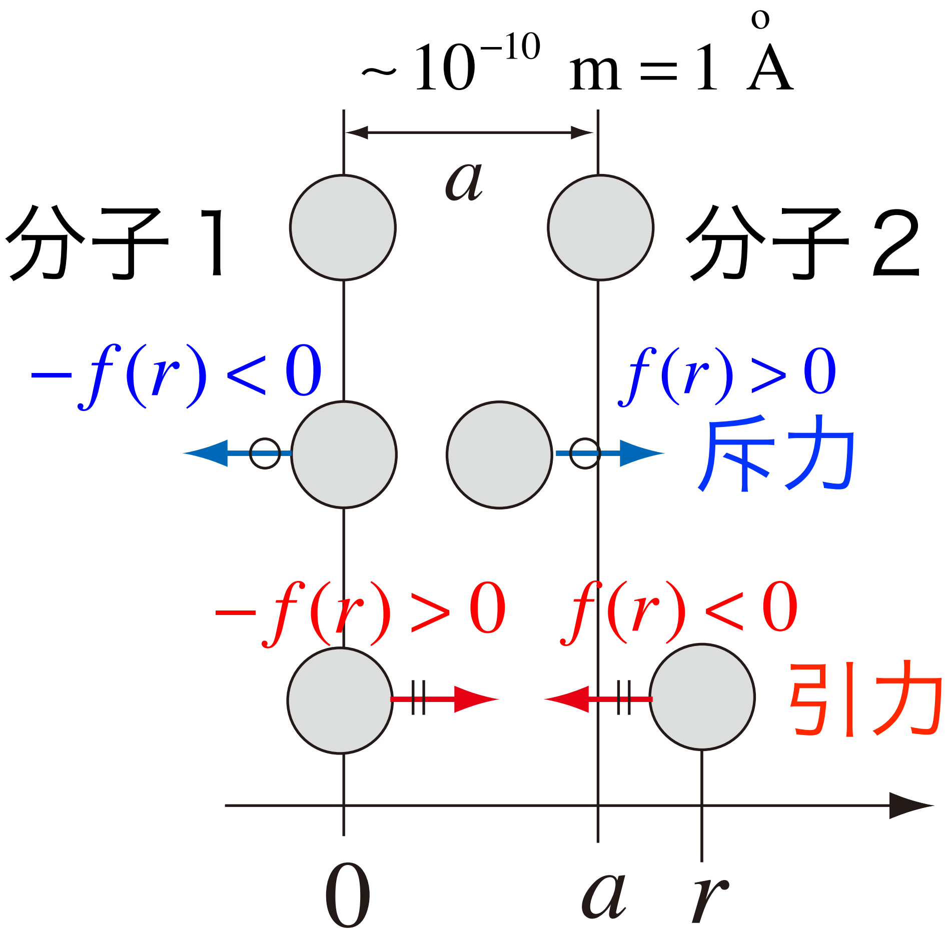
$\frac{○\times○}{r^2}$ の力 ⇦ 「におい」のような存在が仲立ち

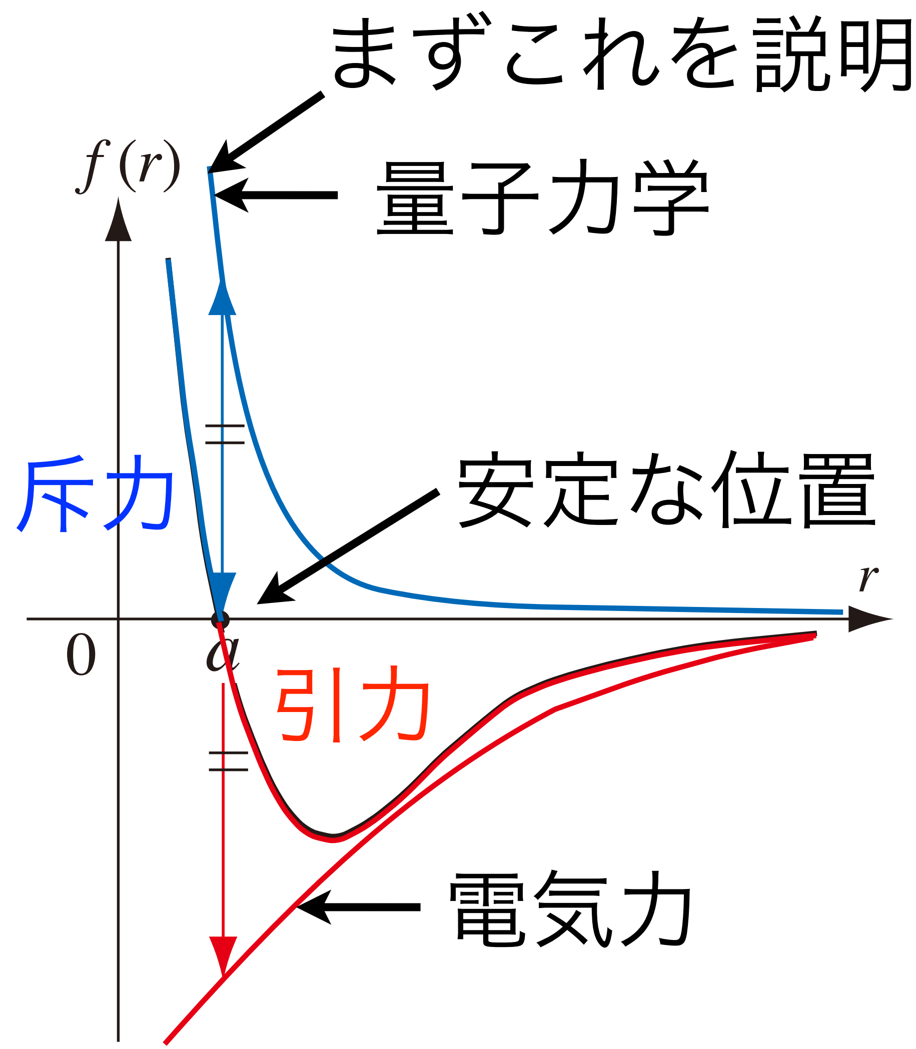
「うなぎ」は周囲に「におい」を放射する

「質量」　　　「重力場」

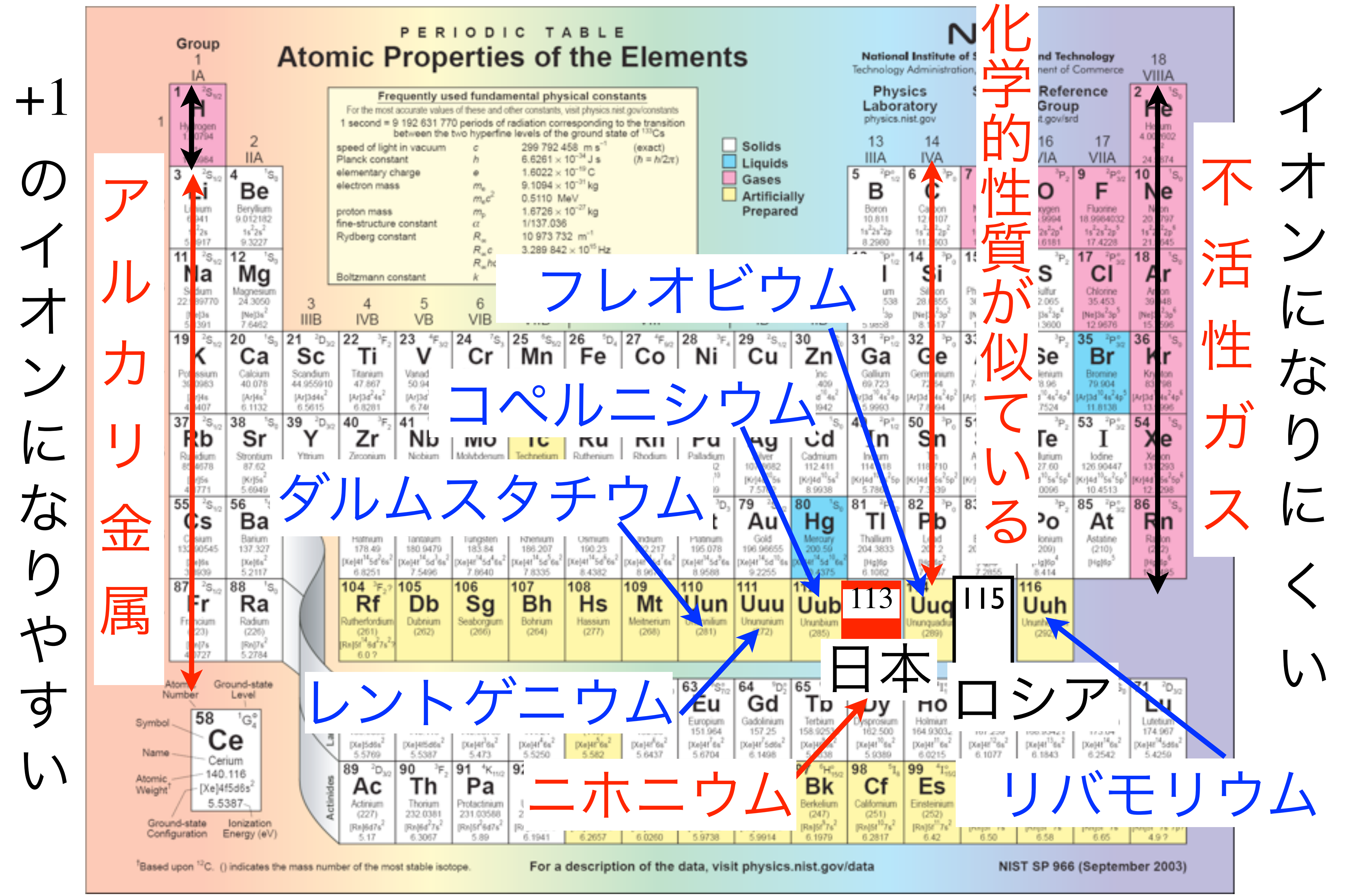
「電荷」　　　「電場」

1.7.3 分子間力（ファンデスワールス 力）

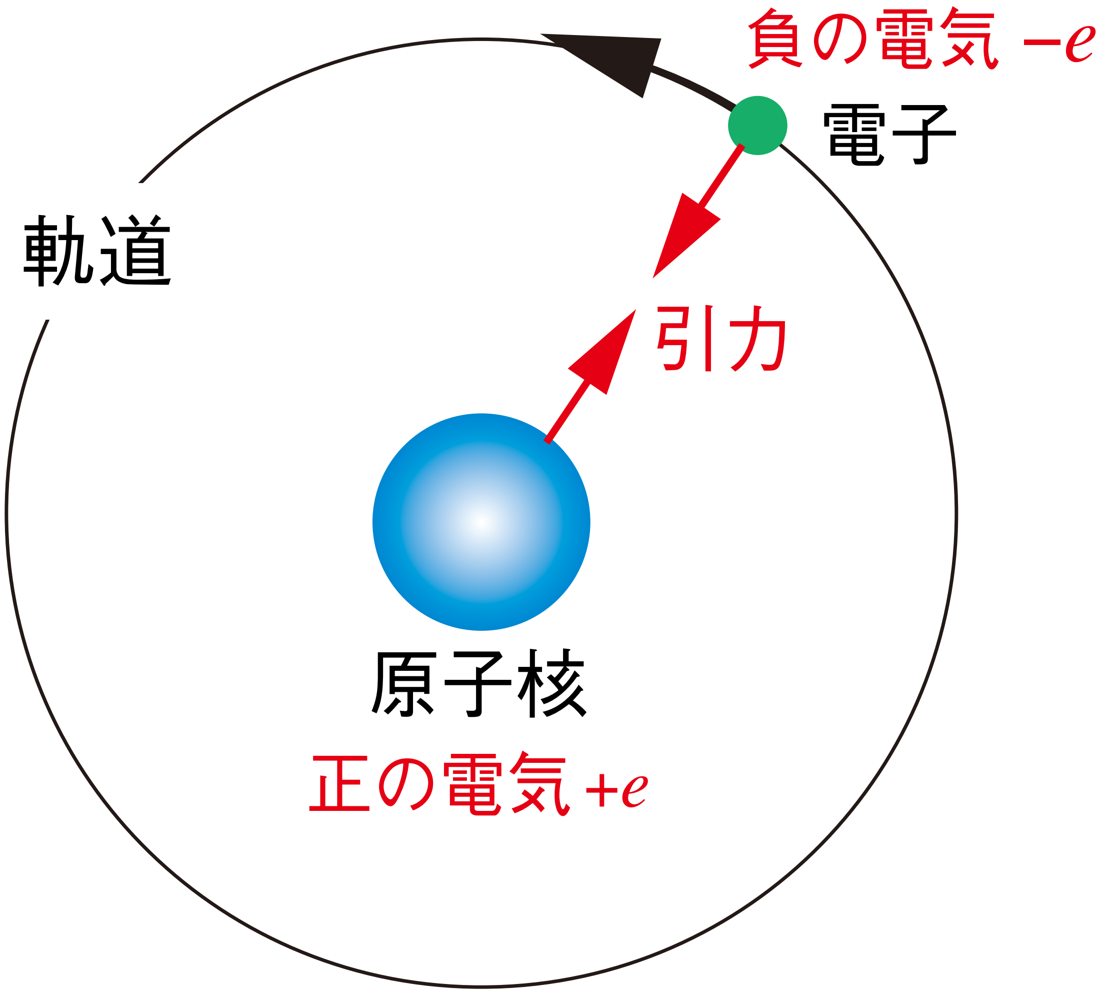




元素周期表


+1のイオンになりやすい
アルカリ金属
化学的性質が似ている
不活性ガス
イオンになりにくい
PERIODIC TABLE
Atomic Properties of the Elements
フレオビウム
コペルニシウム
ダルムスタチウム
レントゲニウム
ニホニウム
リバモリウム
113
115
日本
ロシア
For a description of the data, visit physics.nist.gov/data
NIST SP 966 (September 2003)

水素（H）原子



電気量

$$-e = -1.6 \times 10^{-19}\ \underline{[\mathrm{C}]}$$

クーロン

電気量の単位

原子全体の電気量

電子の電気量

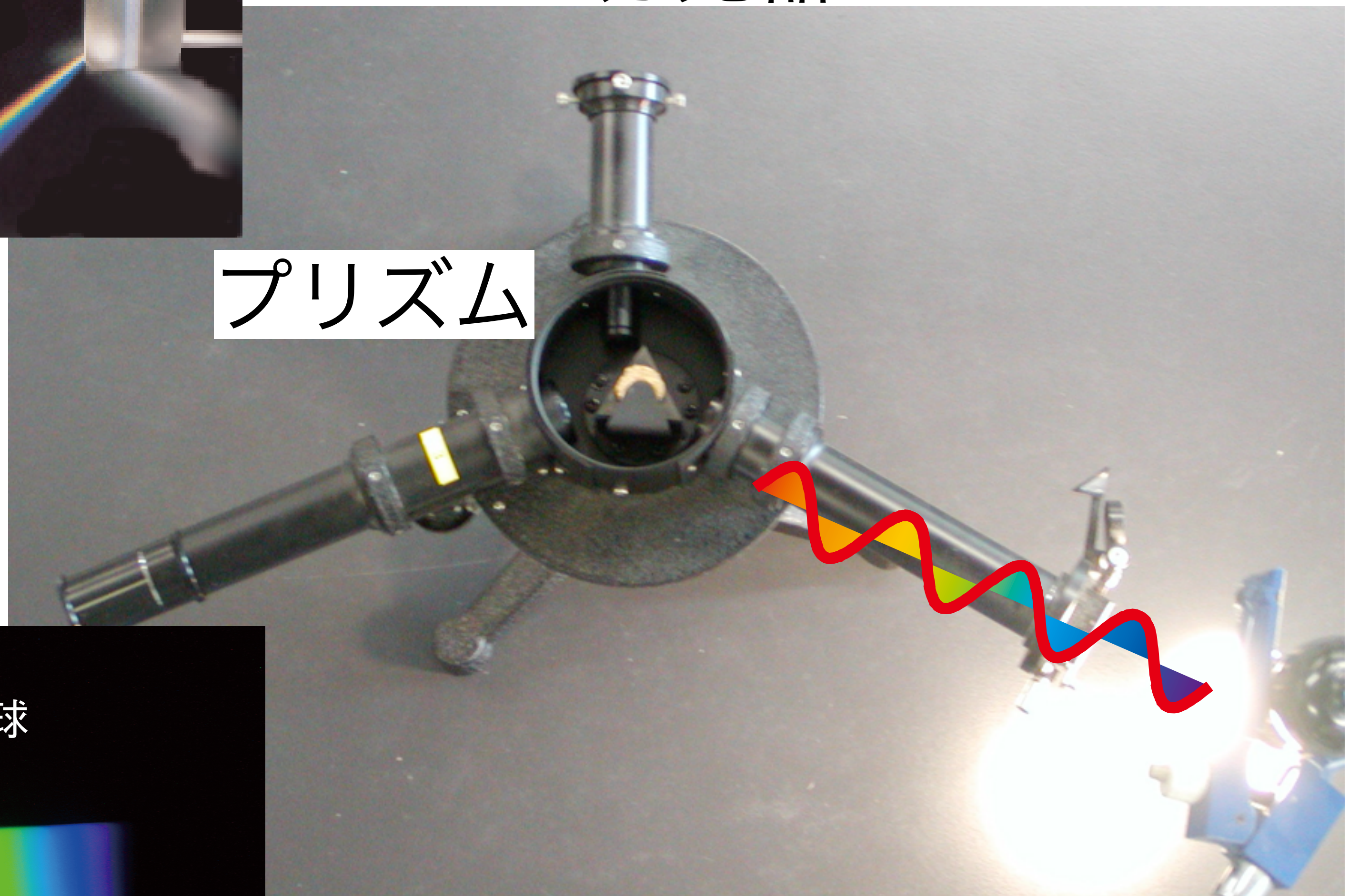
＋

原子核の電気量

$$= -e + (+e) = 0$$ 中性

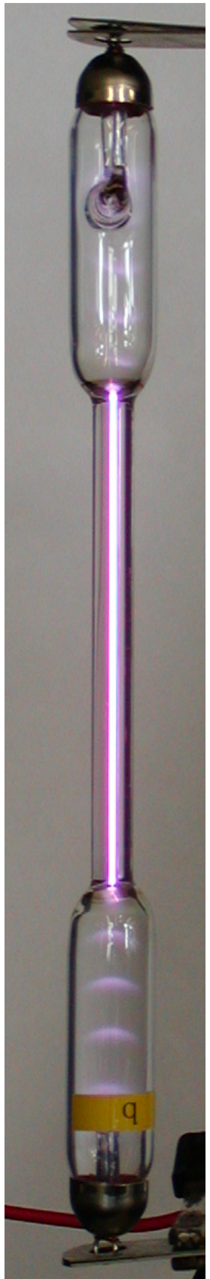
原子が出す光

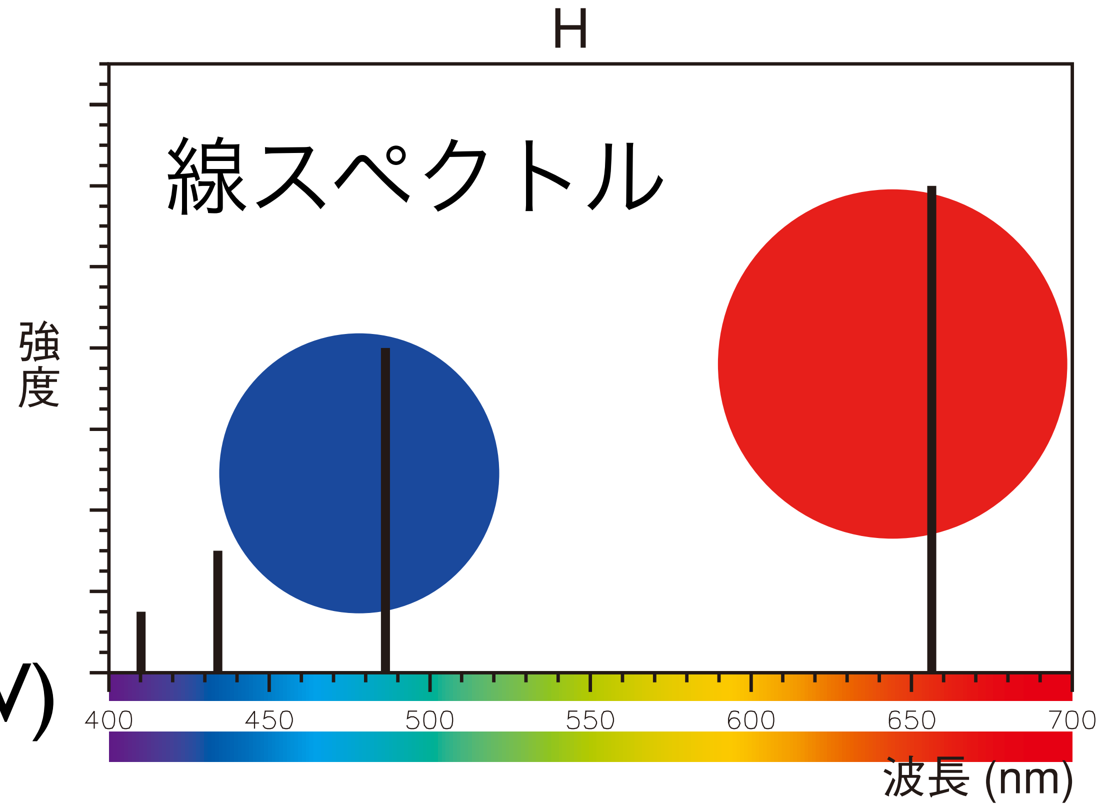
分光器



連続スペクトル

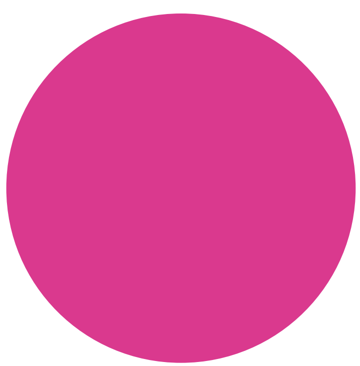
水素原子のスペクトル





紫外(UV)
Ultraviolet

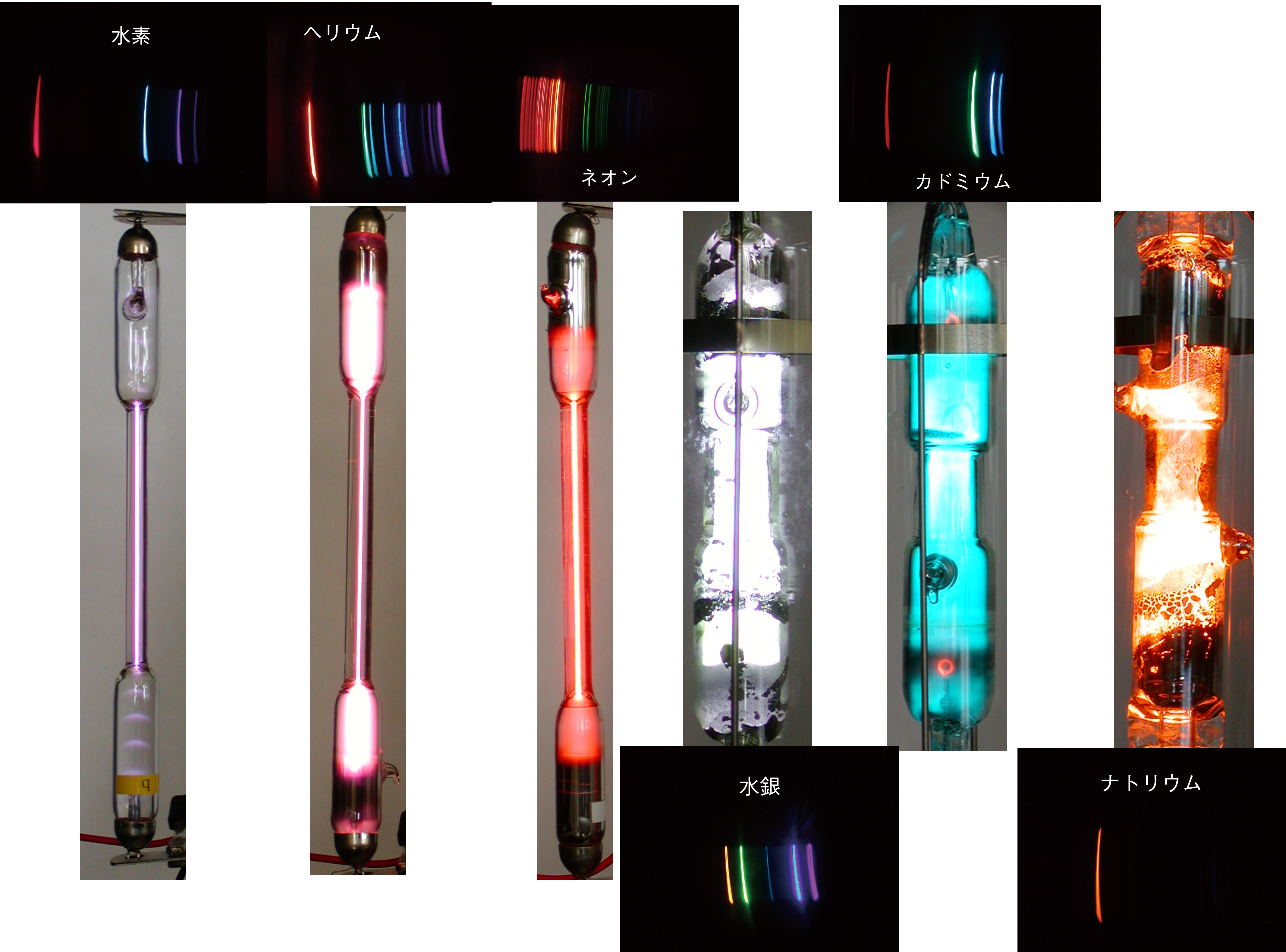
赤外(IR)
Infrared



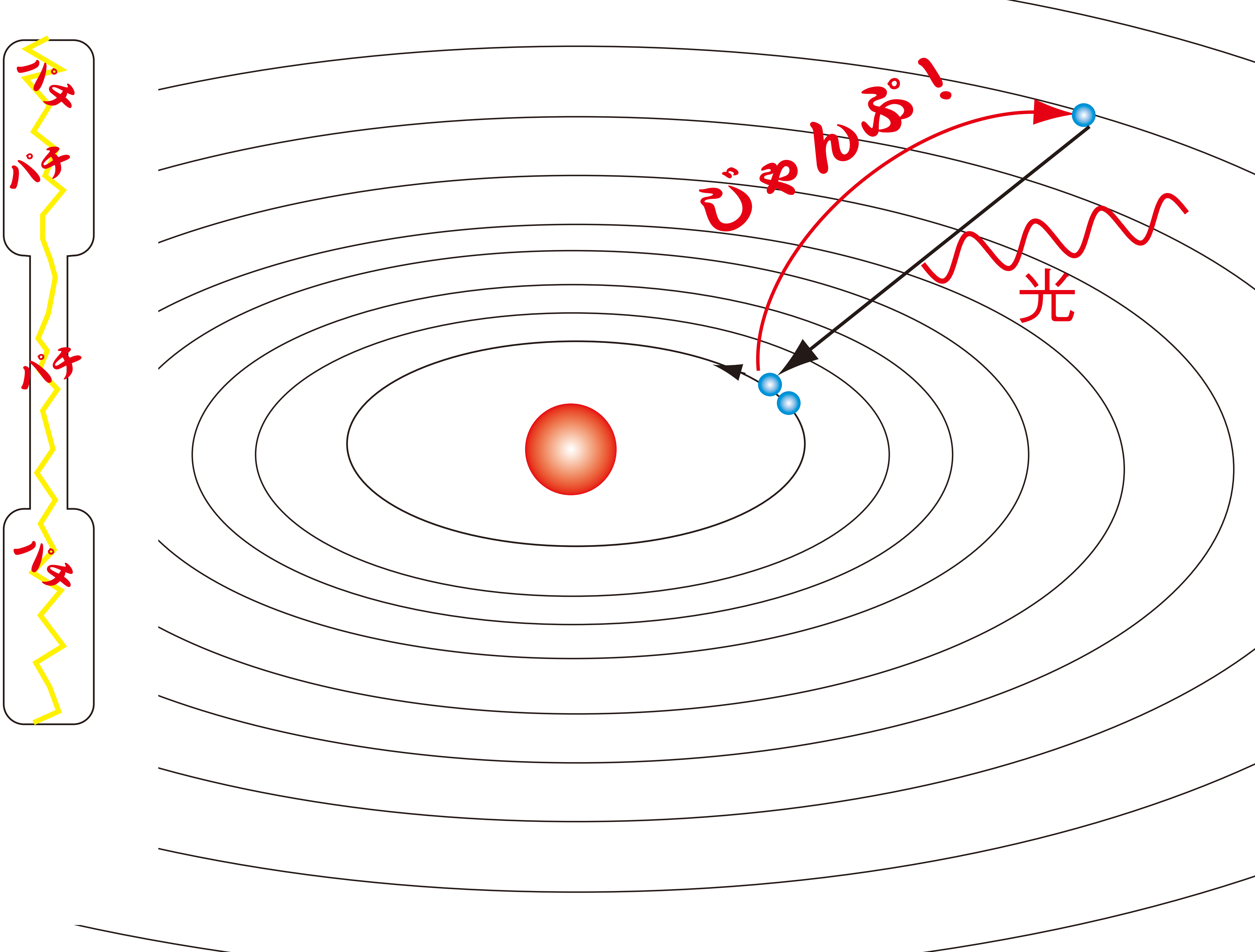
R:255 G:0 B:170

量子力学の
扉が開きました

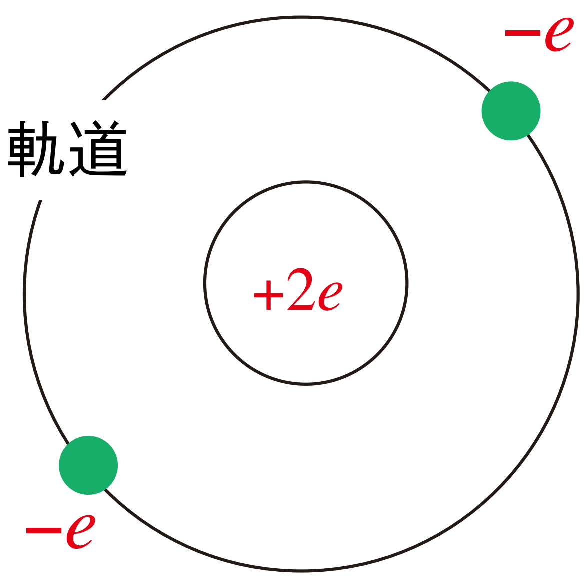
Johann Jakob Balmer
スイス
1825-1898

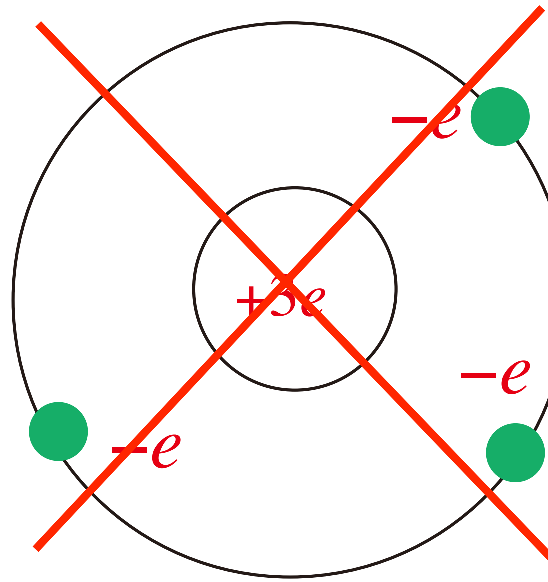

水素
ヘリウム
ネオン
カドミウム
水銀
ナトリウム

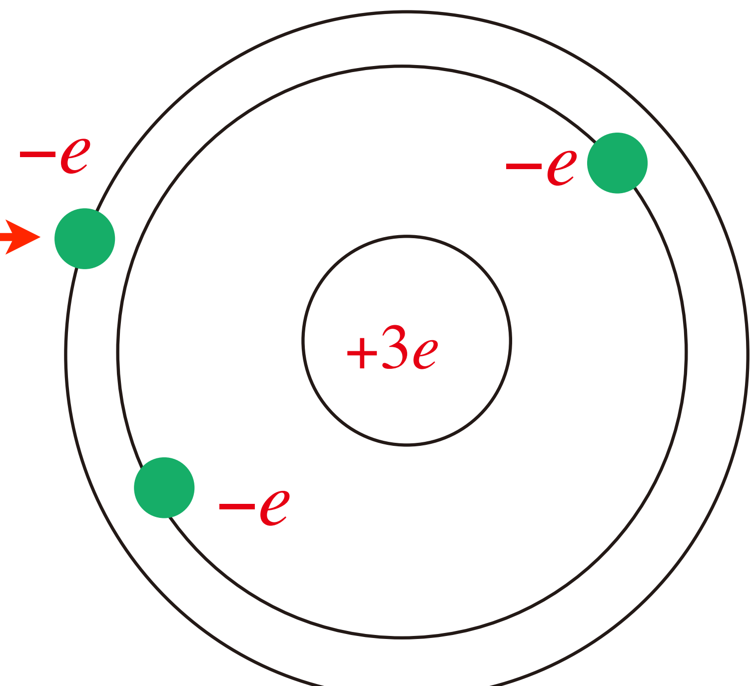
原子の構造と原子が出す光



ヘリウム　元素番号２　　　リチウム　元素番号３







仲間はずれ →

$^{+}\mathrm{Li}$ になりやすい

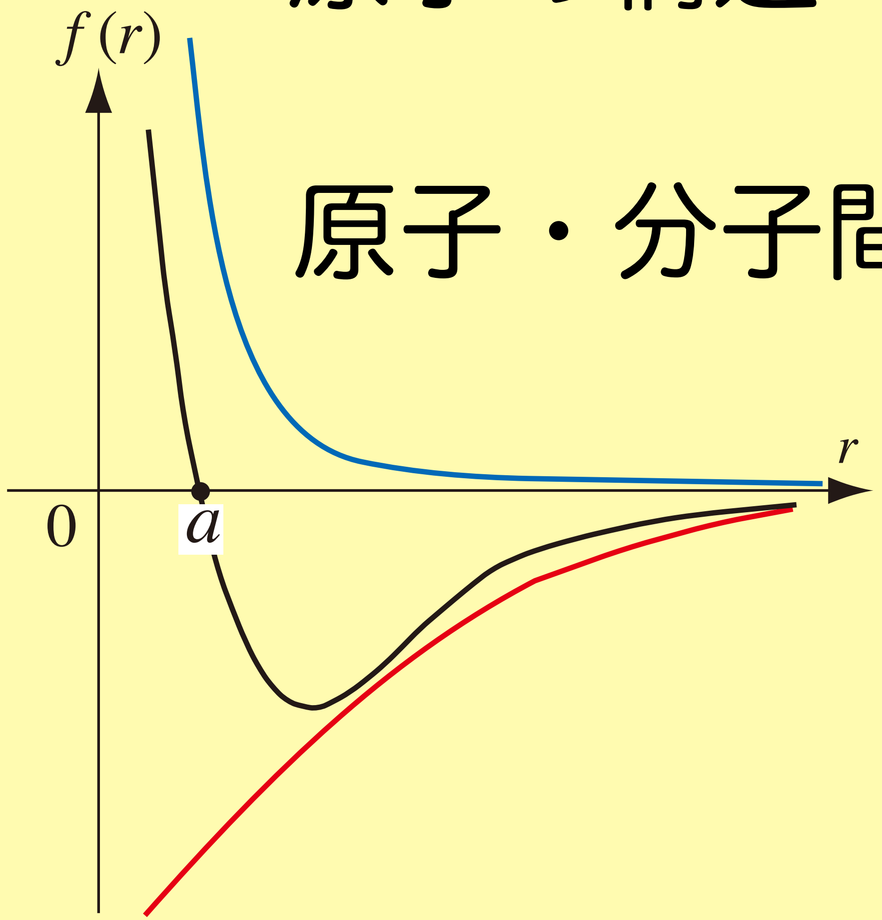
なぜか？　量子力学

B-1

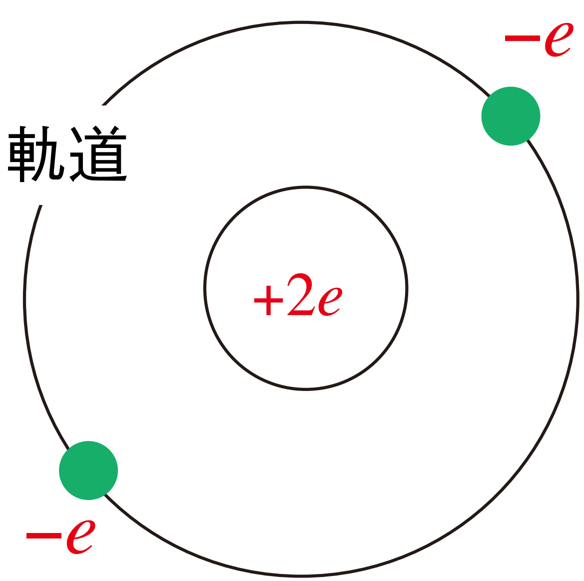
原子・分子間力

原子の構造

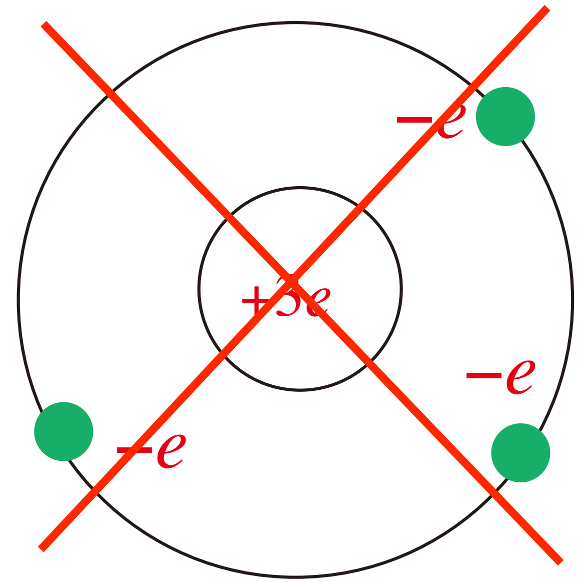
原子・分子間力の斥力

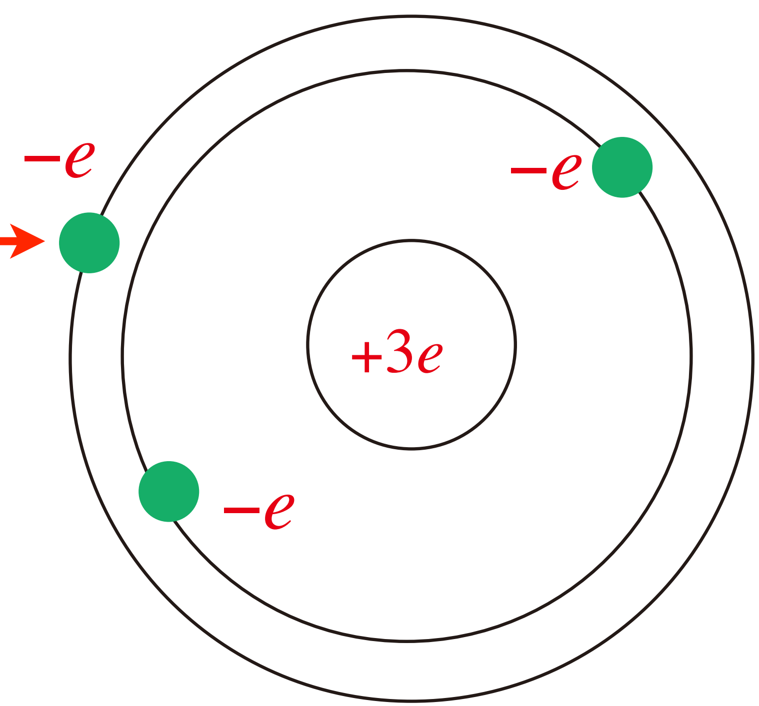


ヘリウム　元素番号２



リチウム　元素番号３





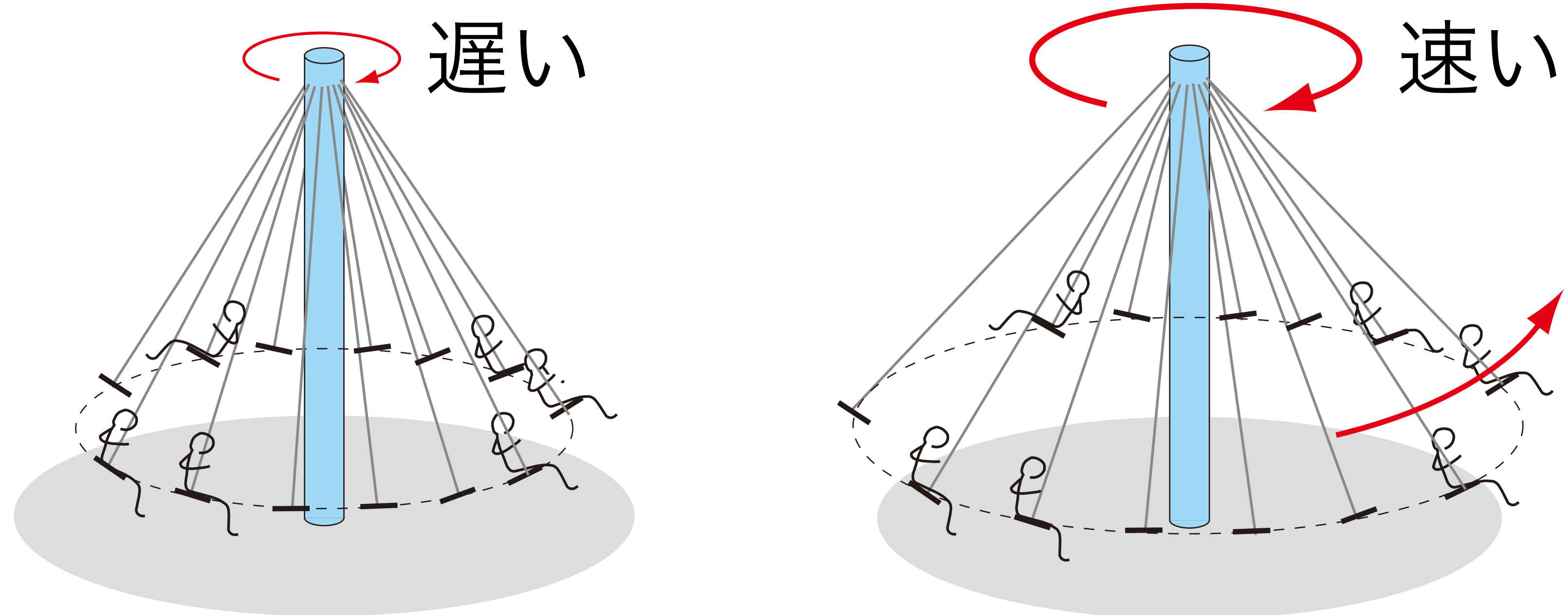
仲間はずれ

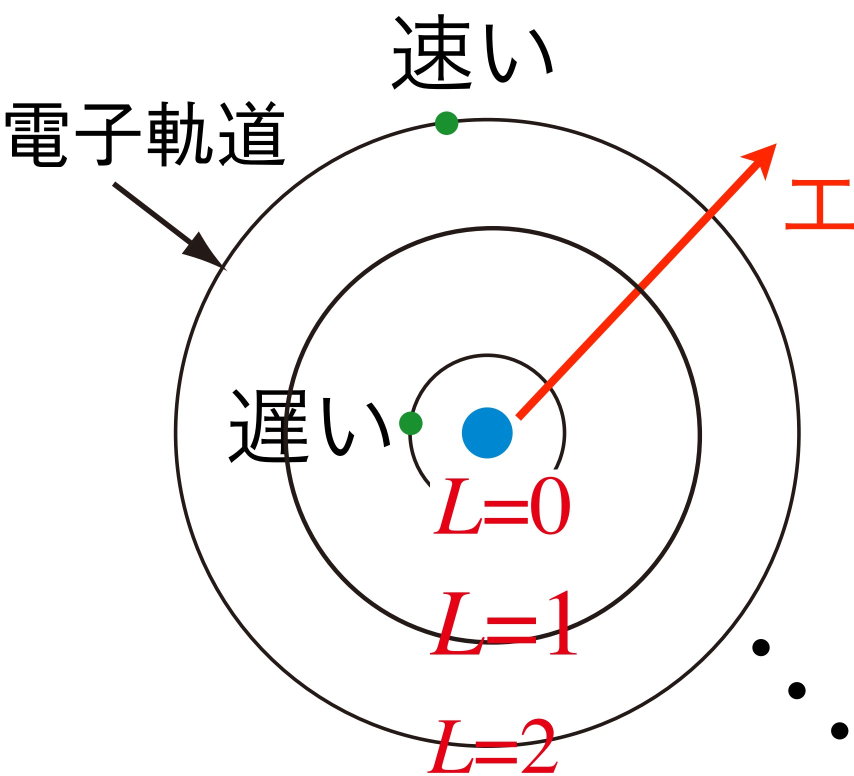
$^{+}\mathrm{Li}$ になりやすい

なぜか？　量子力学

B-1

B-2





運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$

エネルギー大

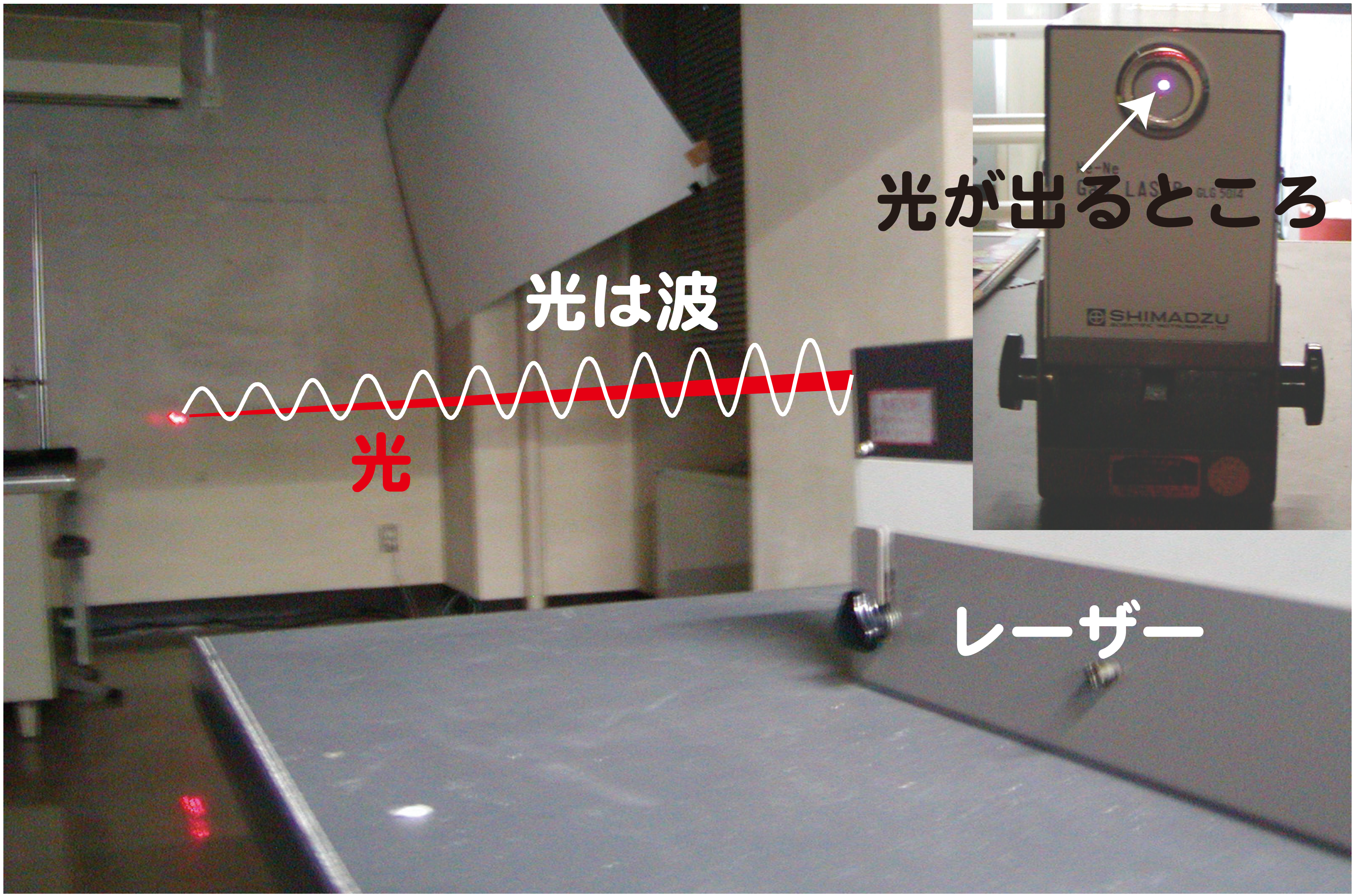
量子力学

$$\frac{\text{回転の速さ}}{L}$$ はトビトビ

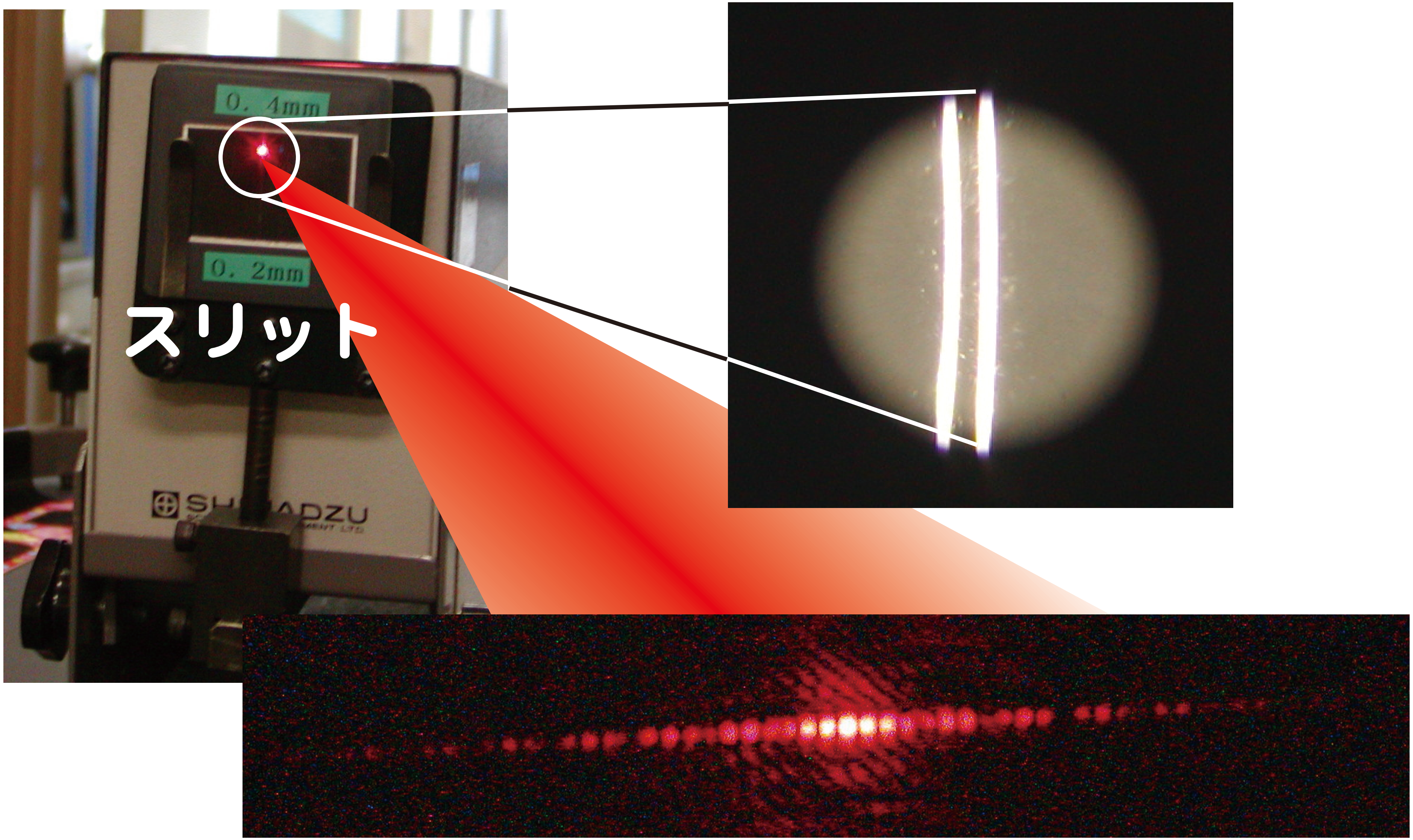
量子力学ではなぜトビトビ？

ミクロとマクロで法則が変わるのはなぜ？

光という波（ヤングの実験）



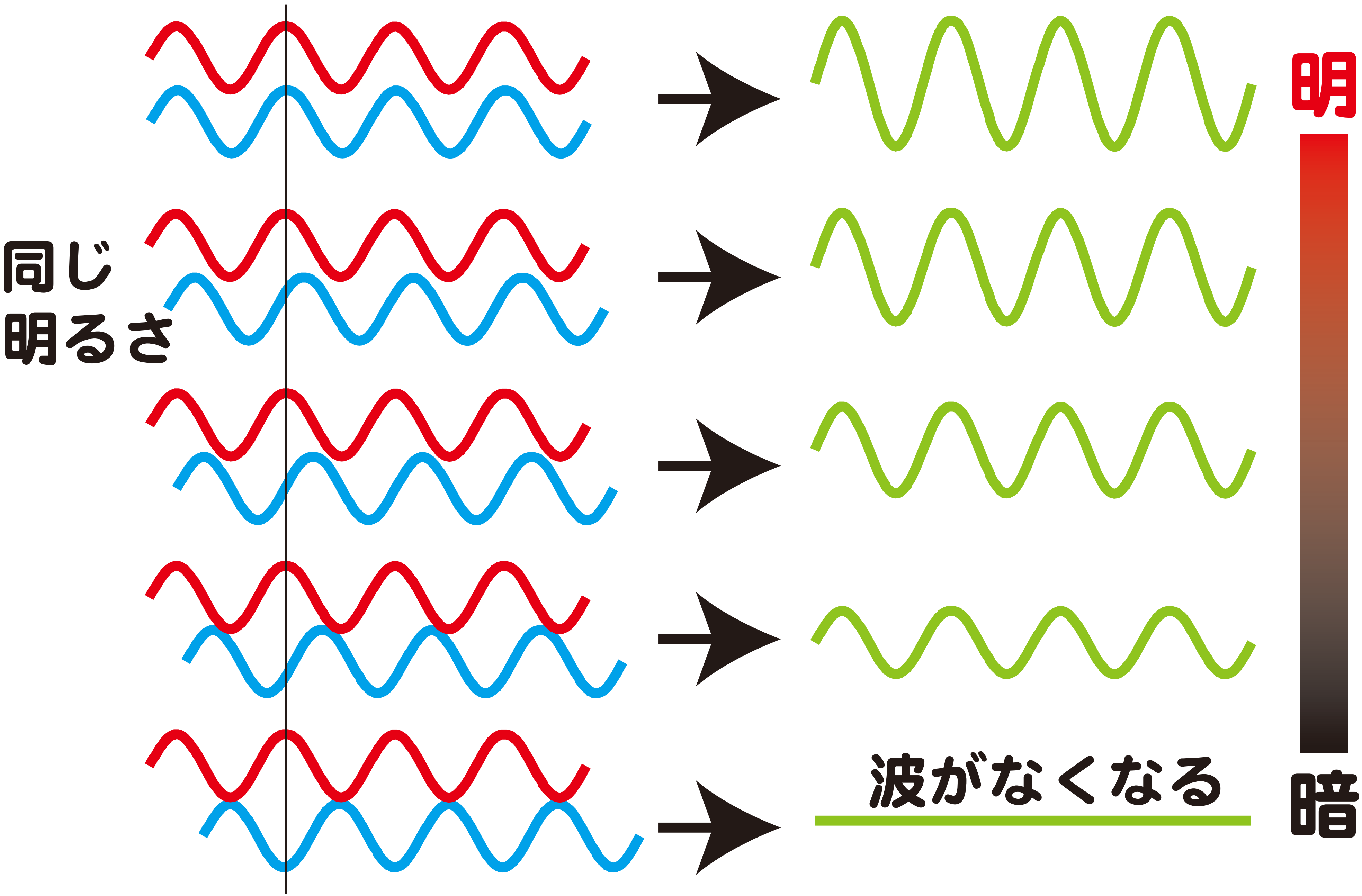
スリットを置くと



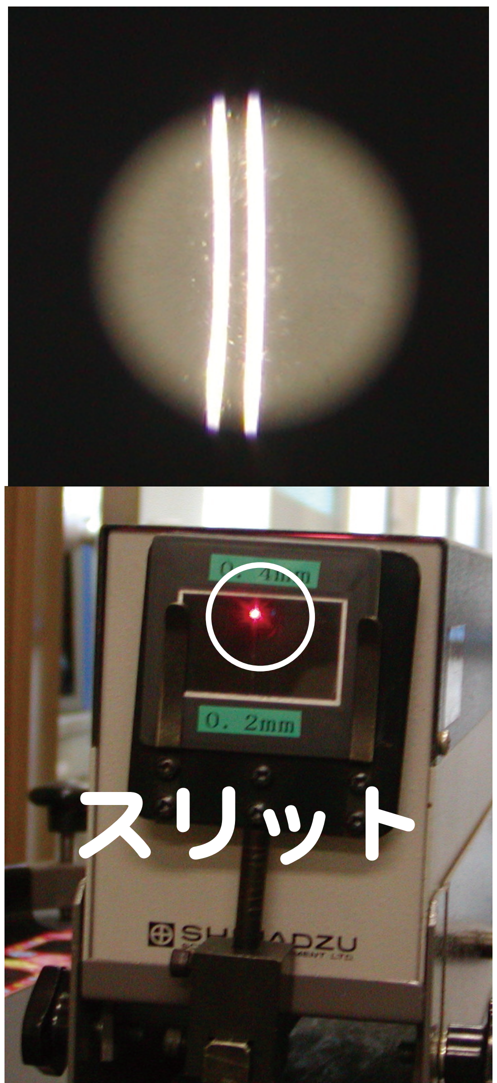
トビトビ

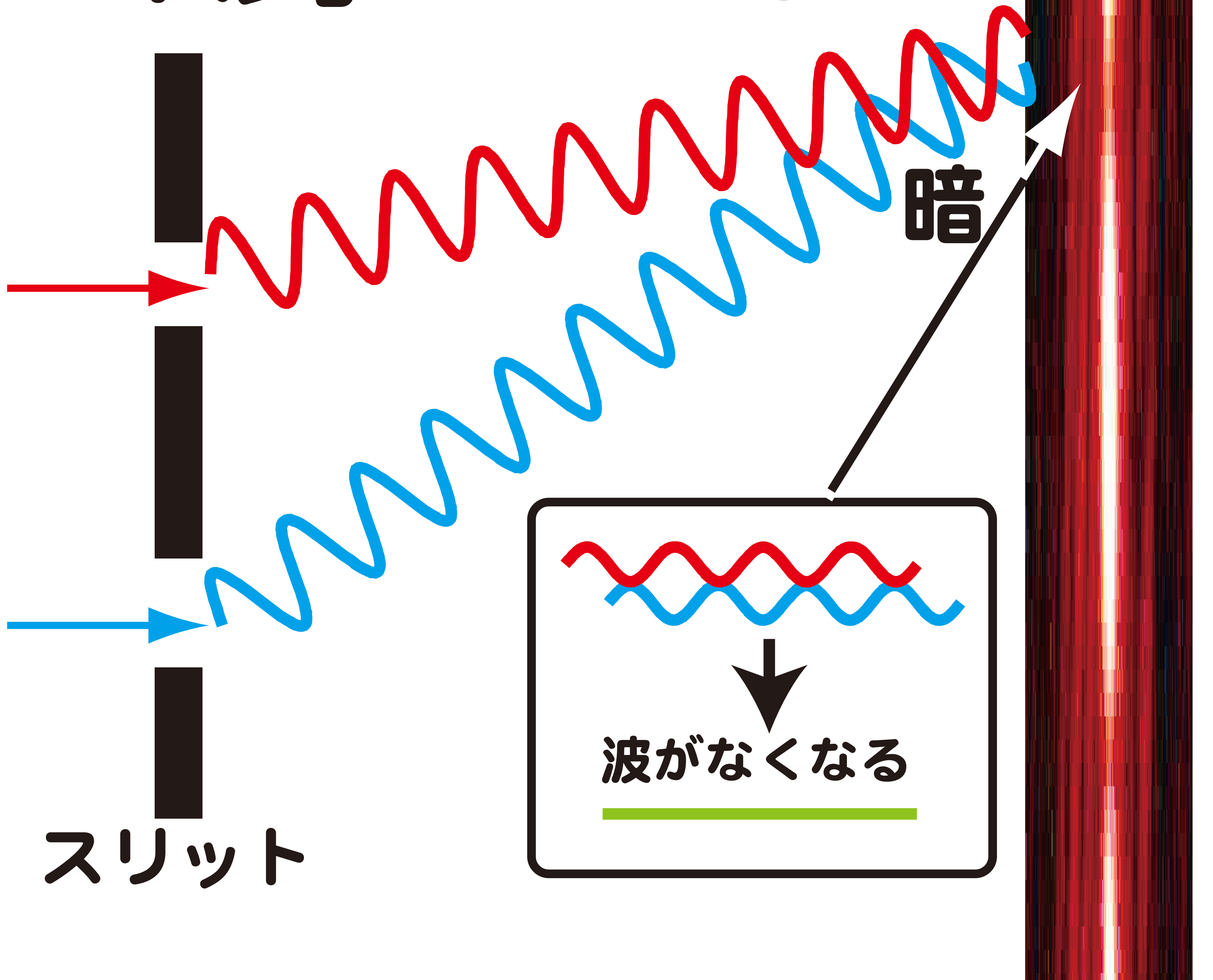
もよう が見える

ふたつの 波がかさなると

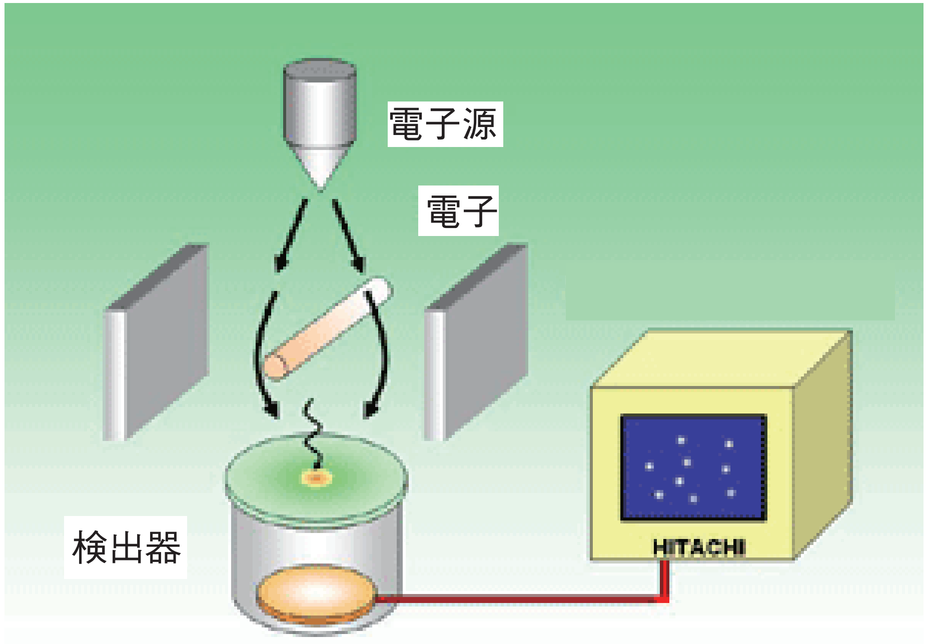


スリットの すきま を光が とおると「干渉」がおきる

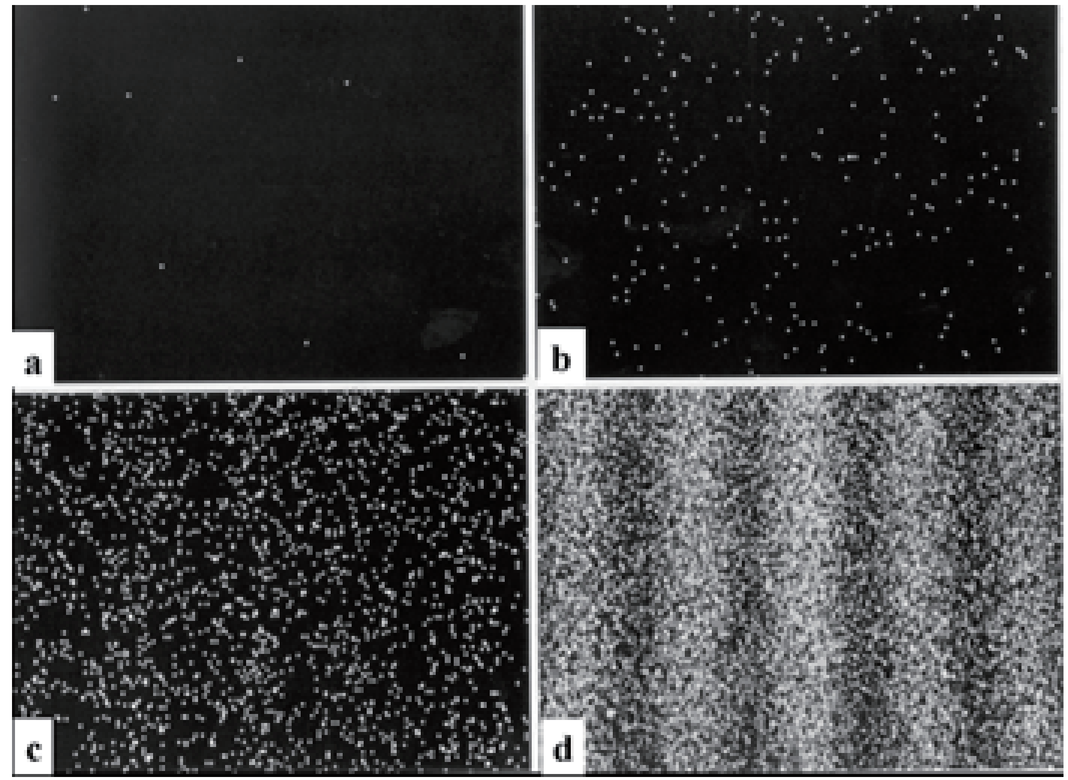




１個の電子の量子干渉



外村 彰（日立）

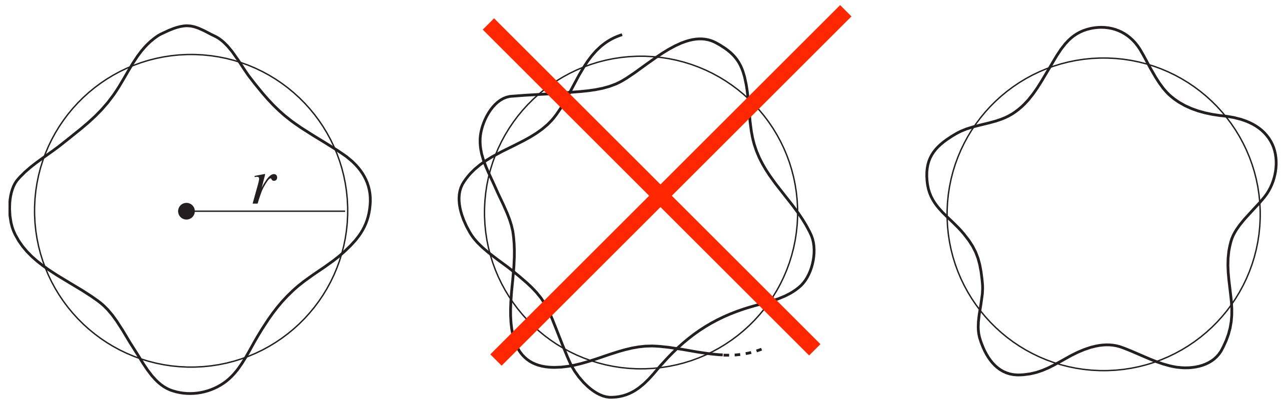


電子の波動性

量子力学

粒子性と波動性

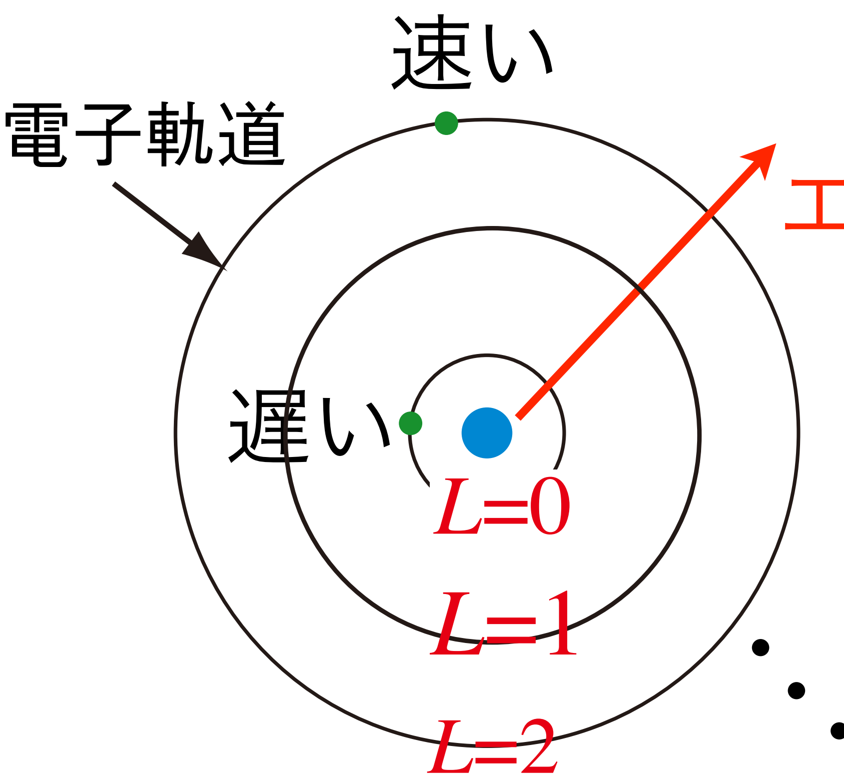
電子軌道と電子の波動性



波が4個の場合

波がつながっていない場合

波が5個の場合



運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$

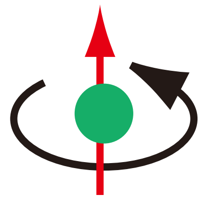
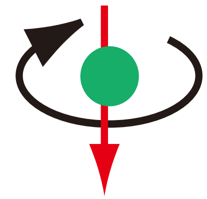
エネルギー大

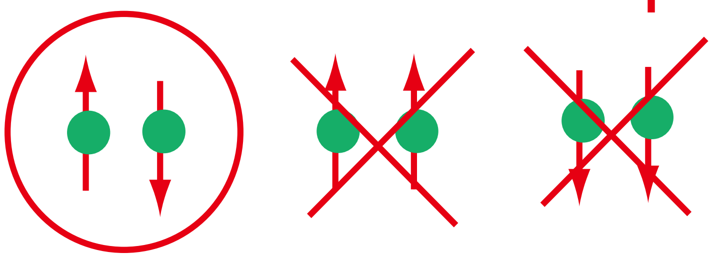
量子力学

回転の速さはトビトビ

L

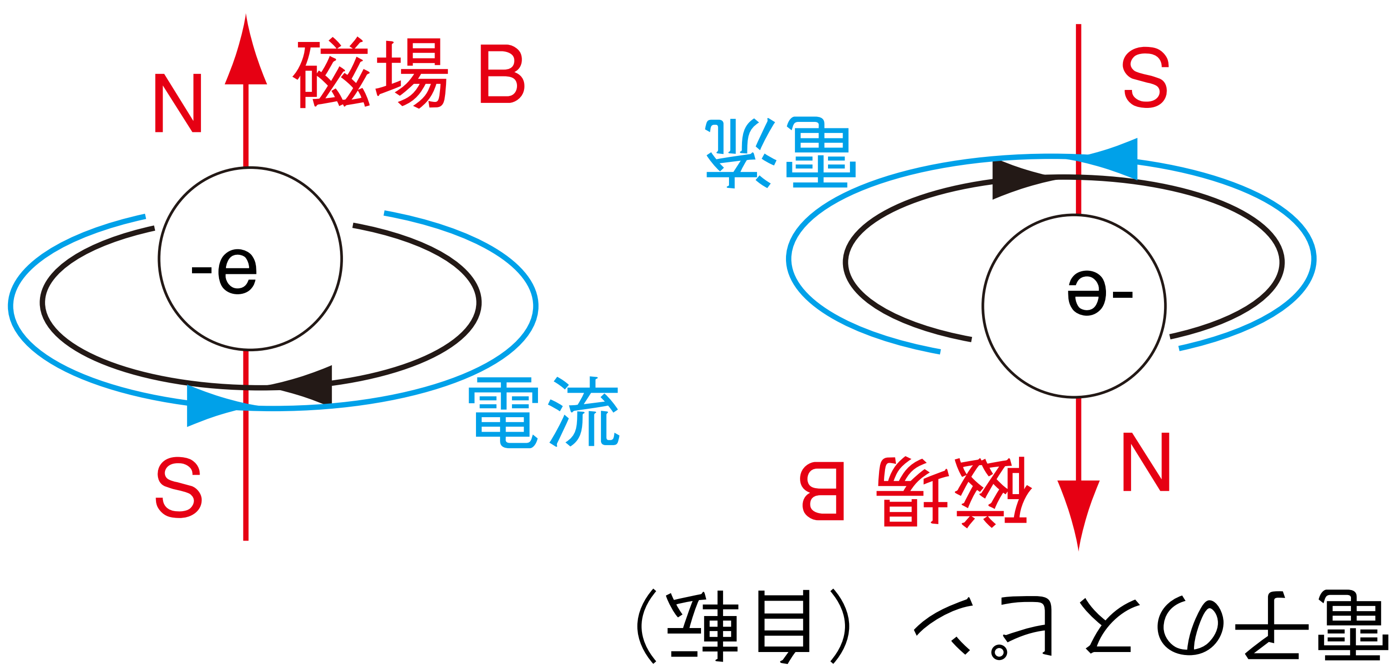
○電子スピン（自転）

量子力学：右回り  左回り  しかない

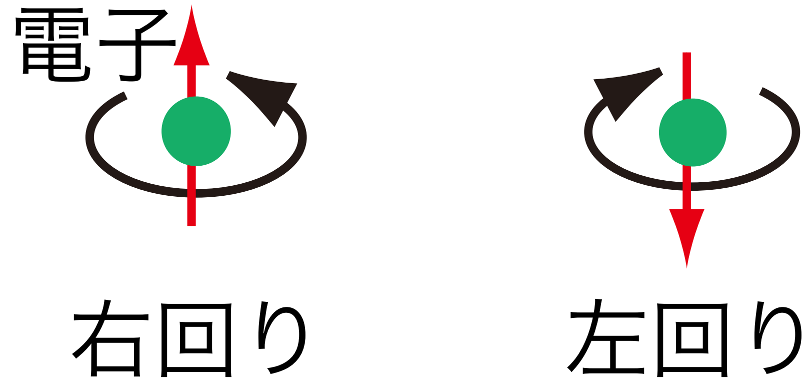


回転方向が異なる電子しか近くに存在できない

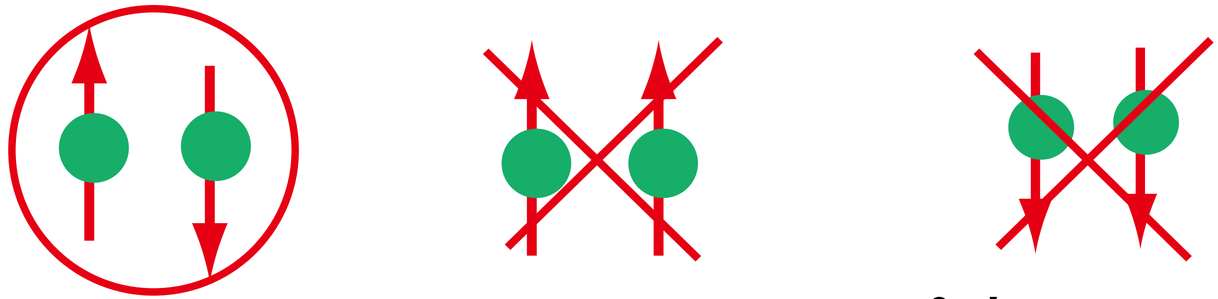
電子のスピン（自転）



電子スピン（自転）

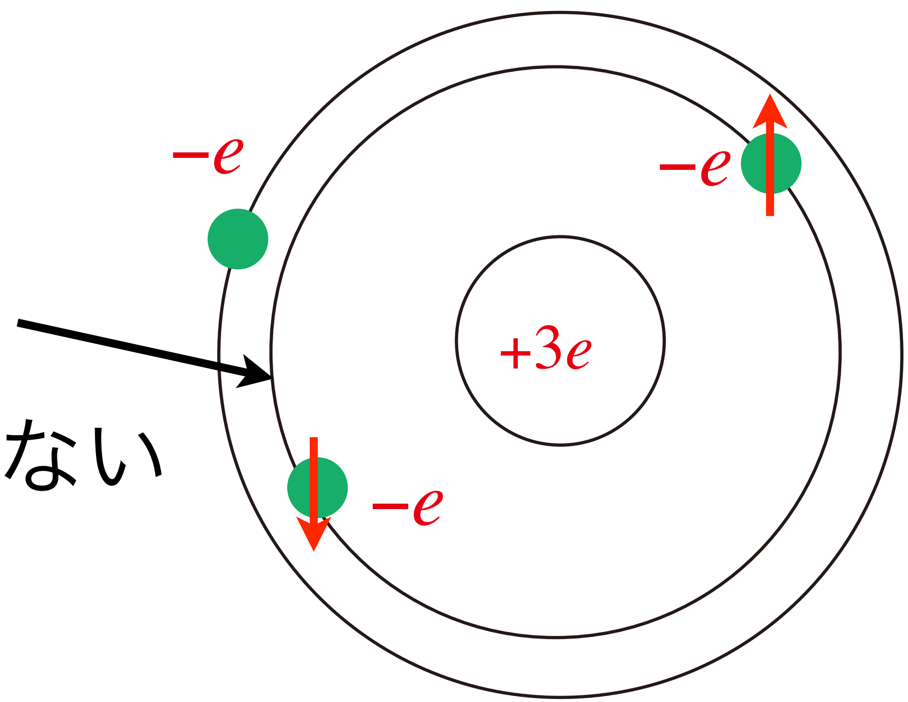


２つの電子



パウリの排他律

リチウム原子

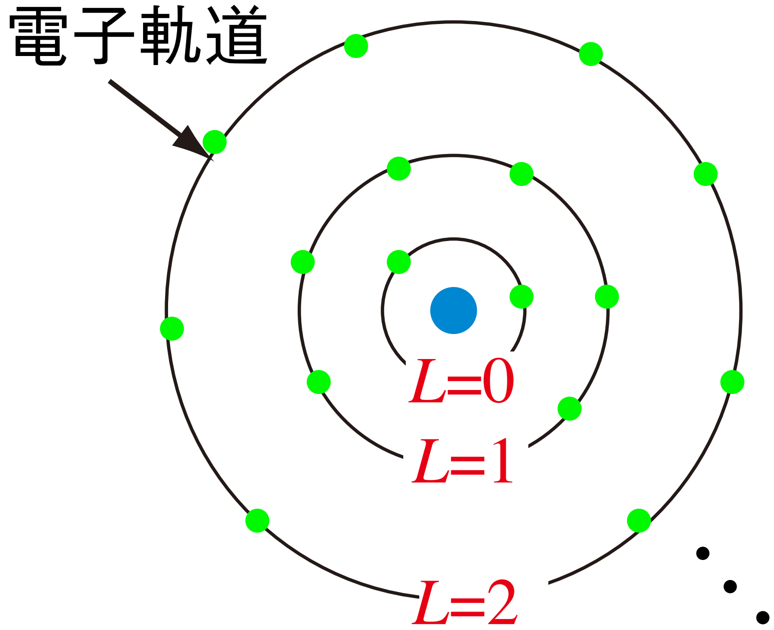


この軌道には

でも でも入れない

1900-1958
オーストリア

軌道の定員



量子力学の計算から

Lの軌道に入る電子は

$2\times(2L+1)$ 個

と の２通り

L=0	L=1	L=2	L=3	・・・・
2個	6個	10個	14個	・・・・

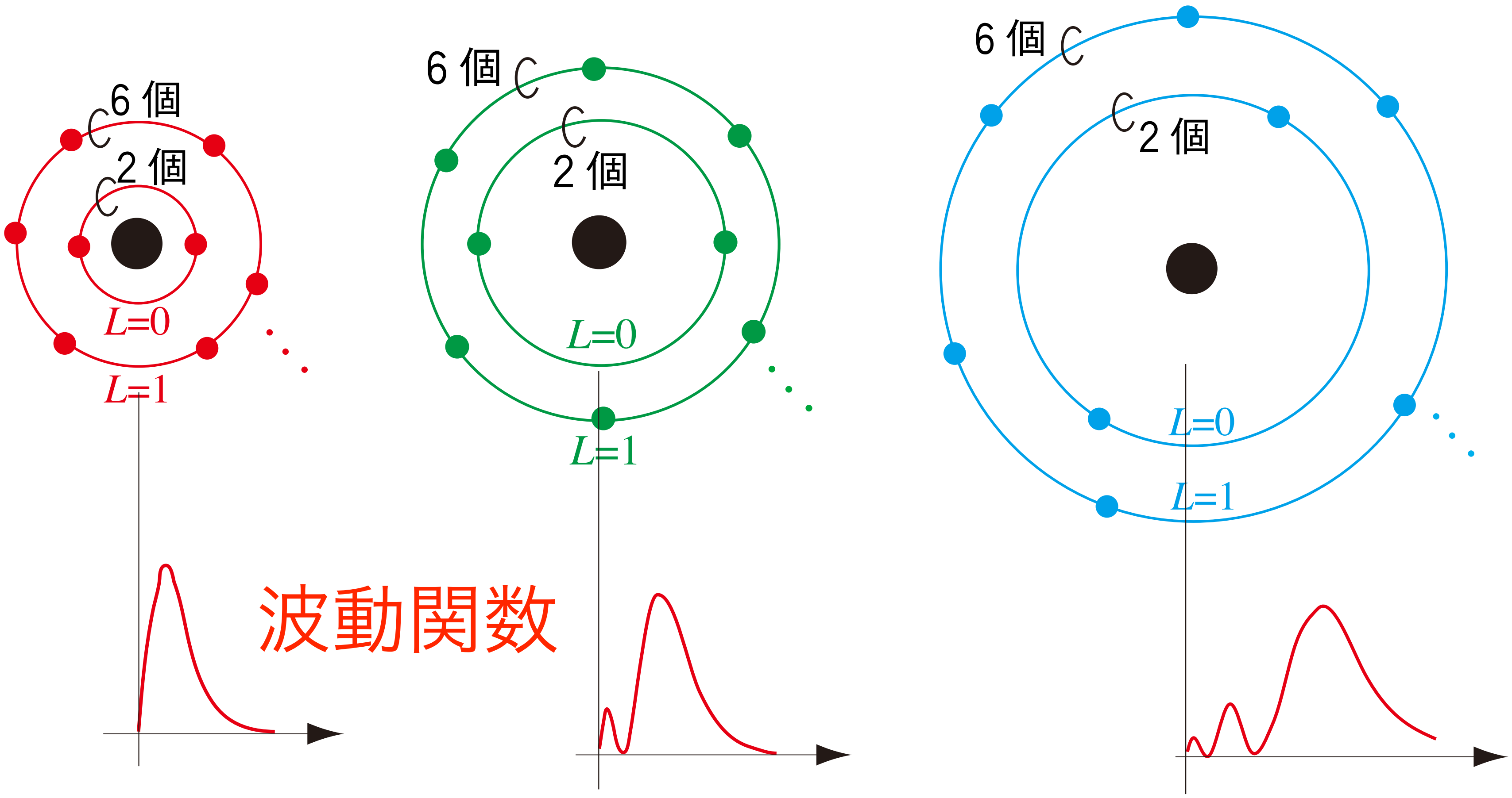
$$L = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4, \cdots$$

s　p　d　f　g　h　i

s: sharp　p: principal

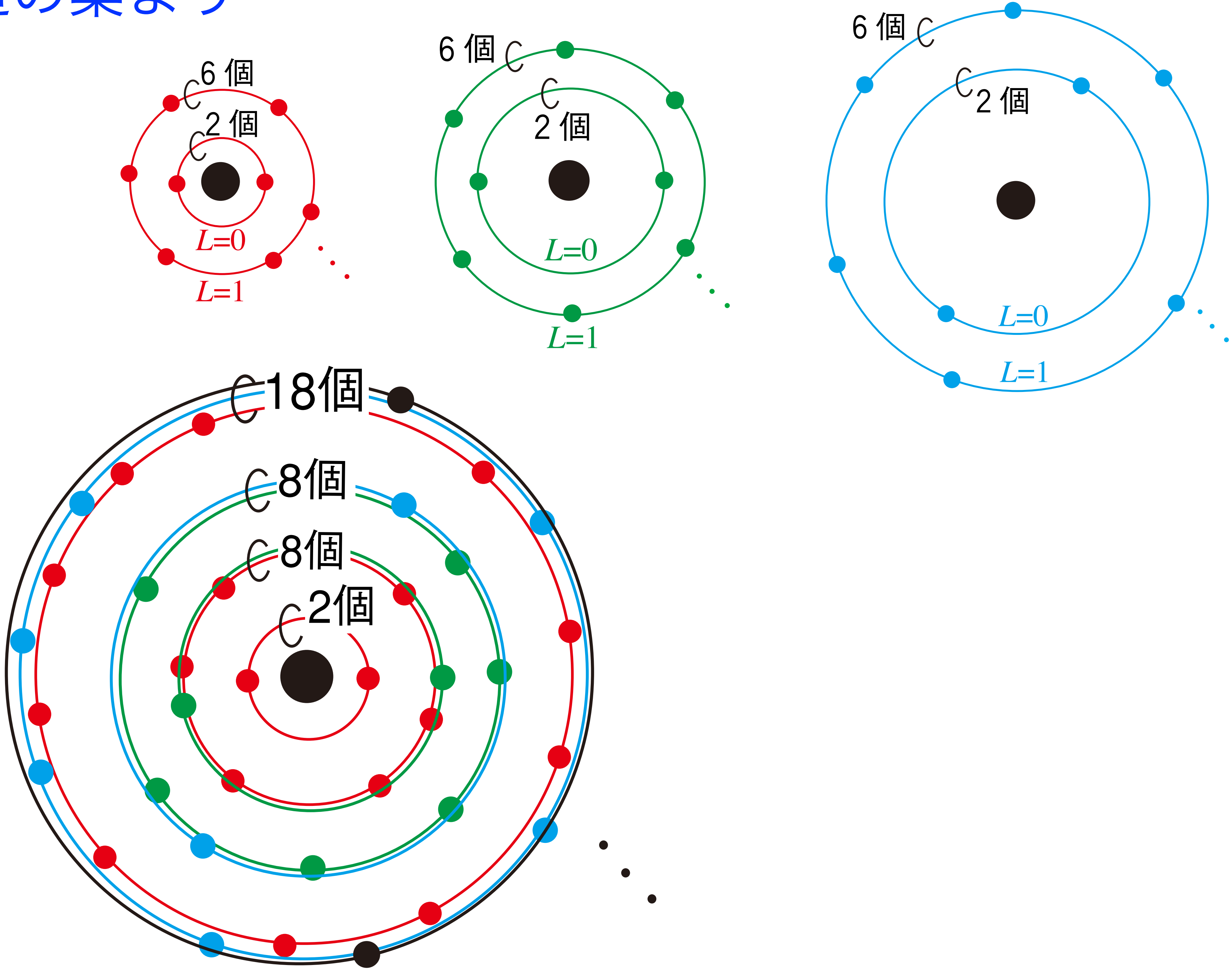
d: diffuse　f: fundamental

軌道の集まり

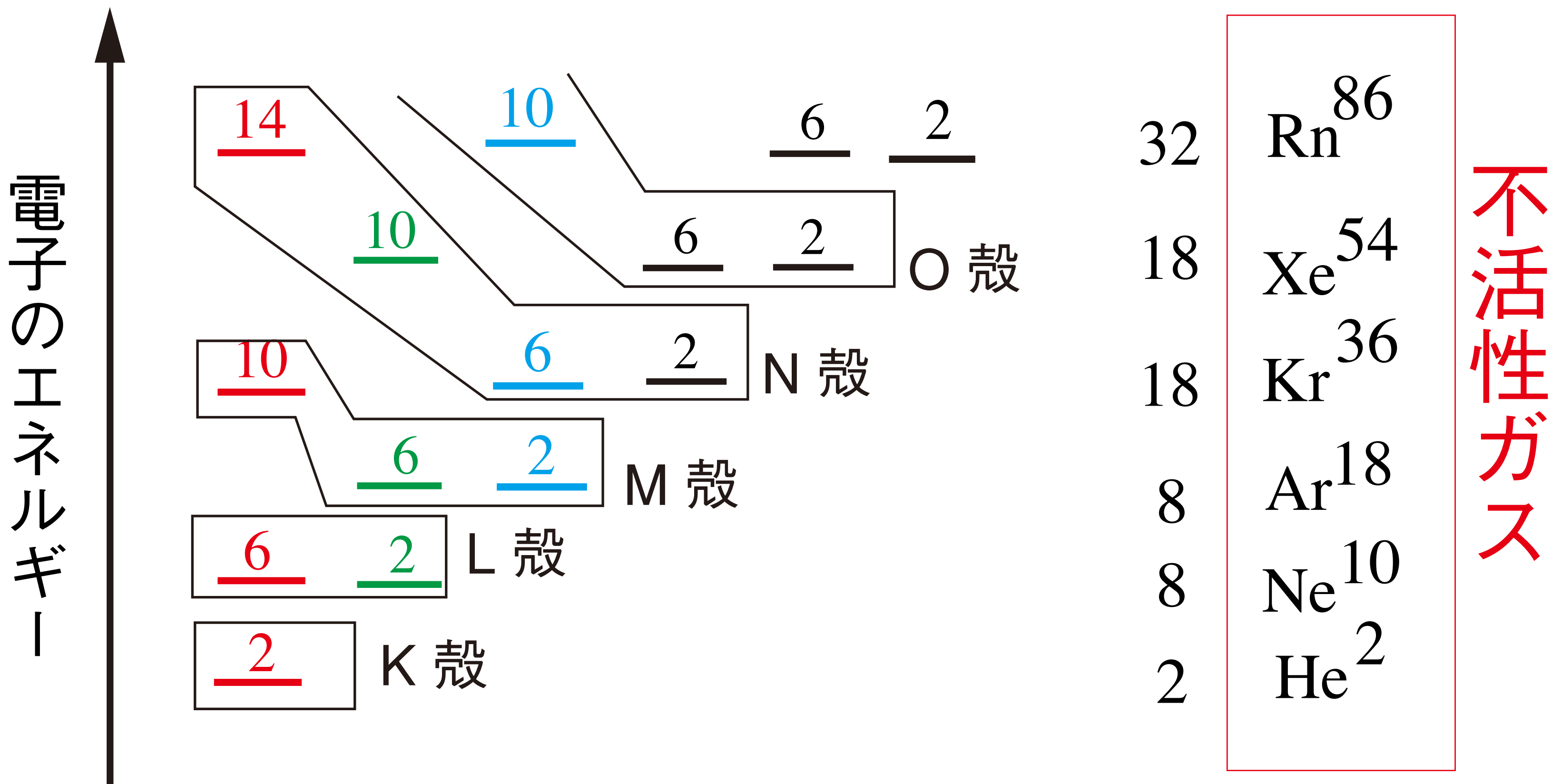


半径方向の振動が違う軌道

軌道の集まり



B-3



エネルギーが同じ軌道が電子でみたされた場合
原子は化学的に安定

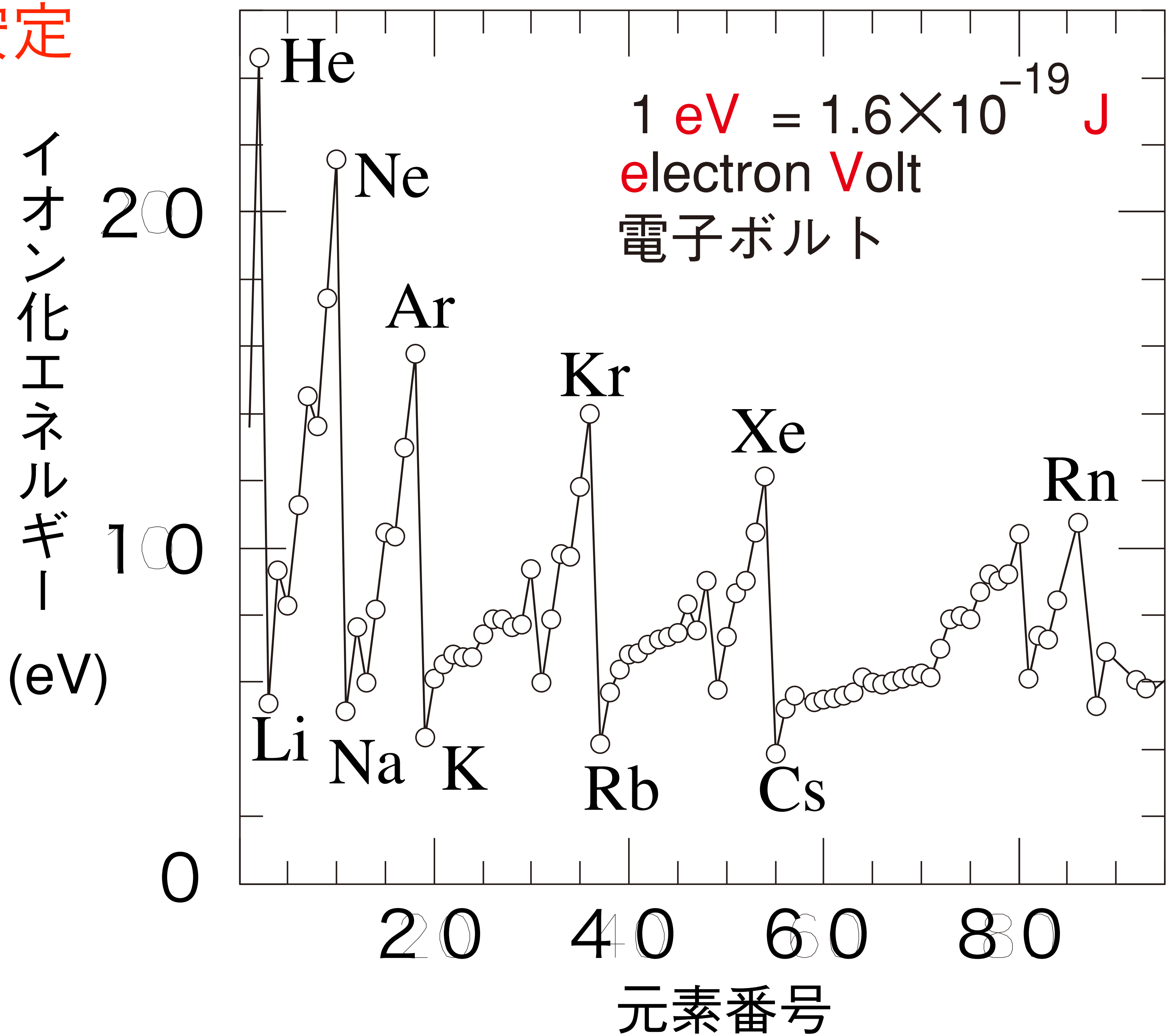
n 番目の殻に入る電子数

$$2(2\cdot 0+1)+2(2\cdot 1+1)+2(2\cdot 2+1)+\cdots+2\{2(n-1)+1\}$$

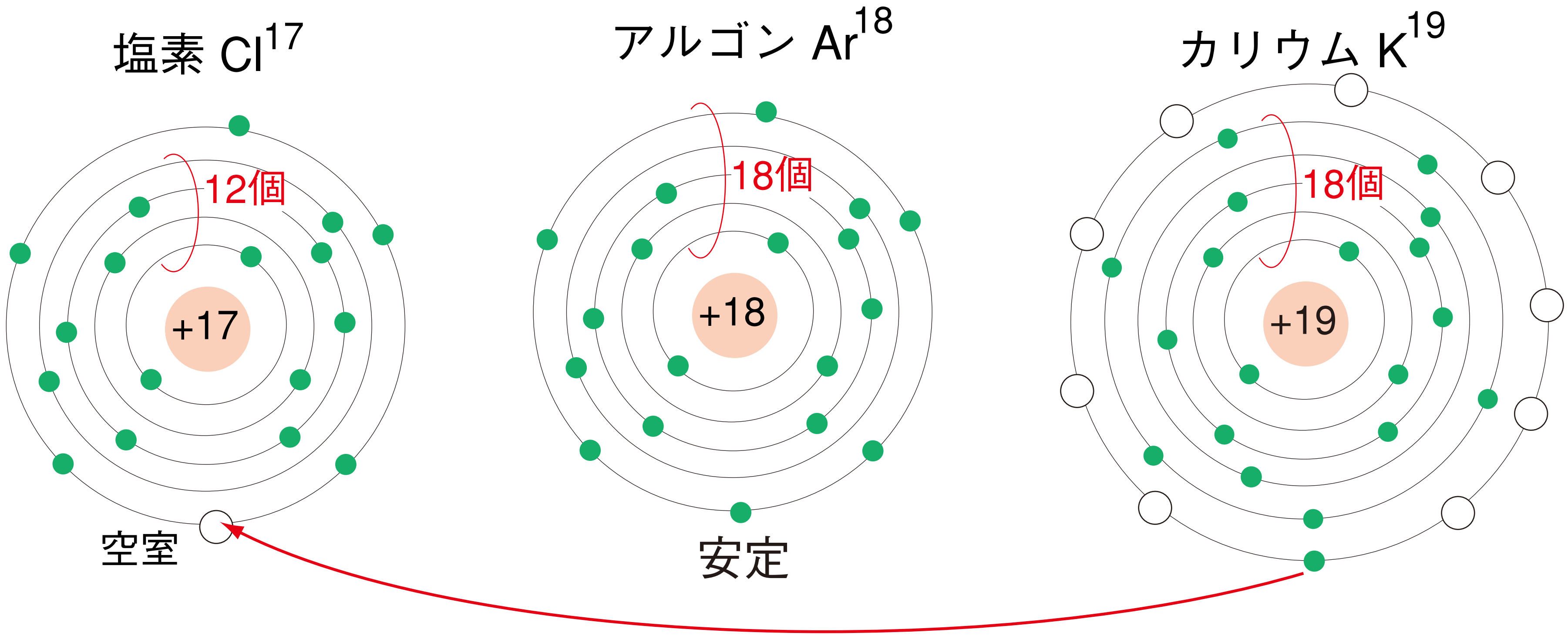
$$=4\{1+2+\cdots+(n-1)\}+2n \;=4\cdot\frac{n(n-1)}{2}+2n \;=2n^2$$

電子を１つはずすために必要なエネルギー

化学的に安定



B-4



Cl^{-} となりやすい

負の電荷

電子のやりとり

^{18}Ar と同じ電子配置

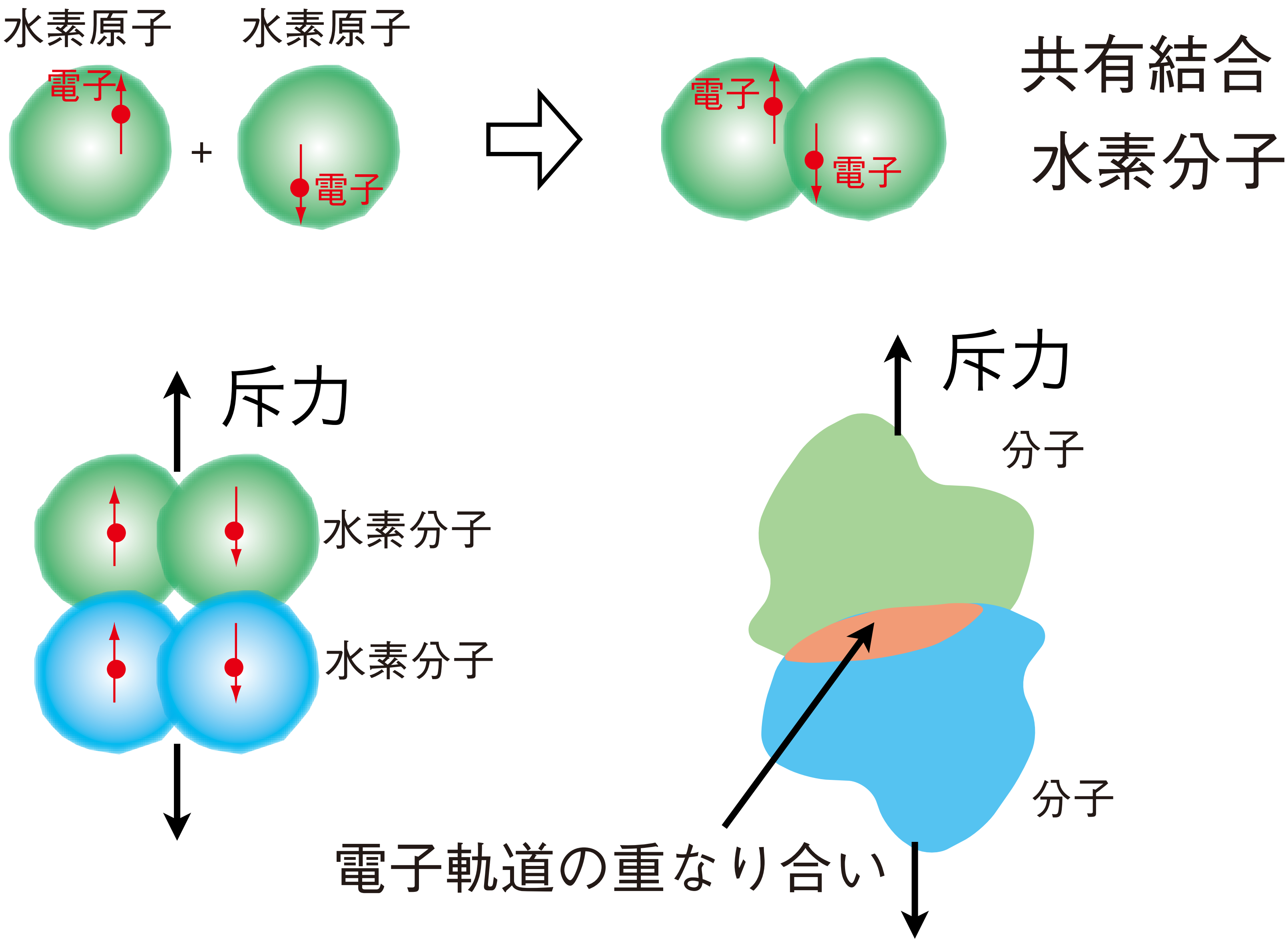
K^{+}となりやすい

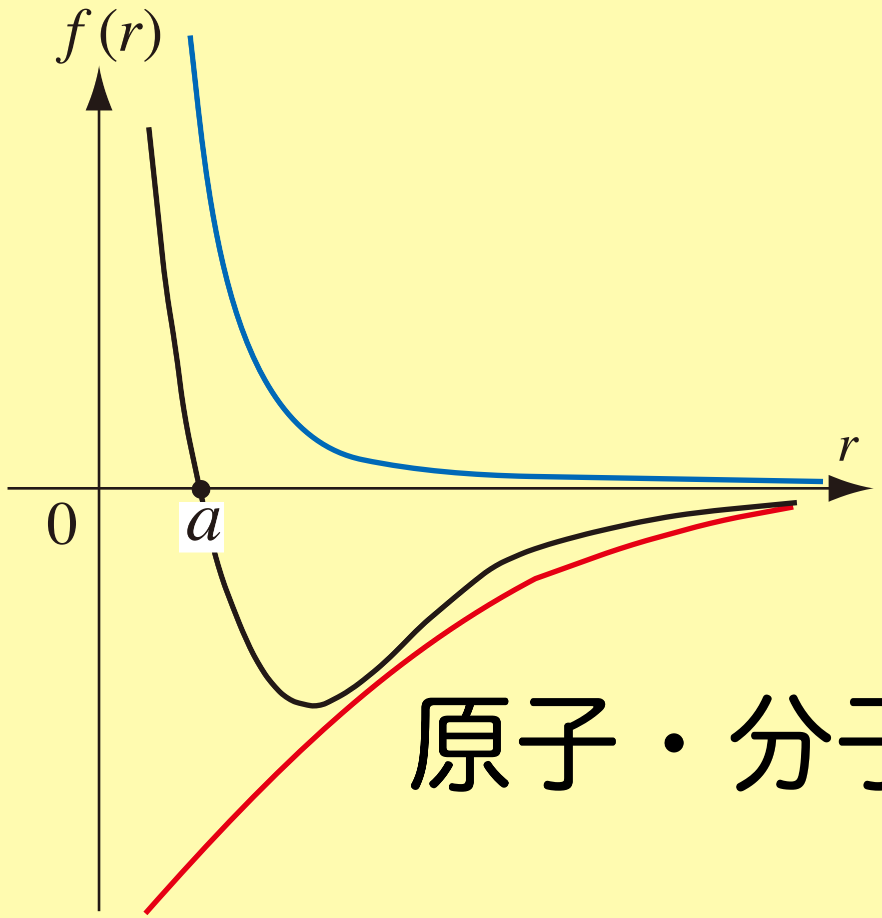
正の電荷

□ 電荷は電子のやりとり　　正と負がある

□ 電荷の総和は変化しない　　保存する

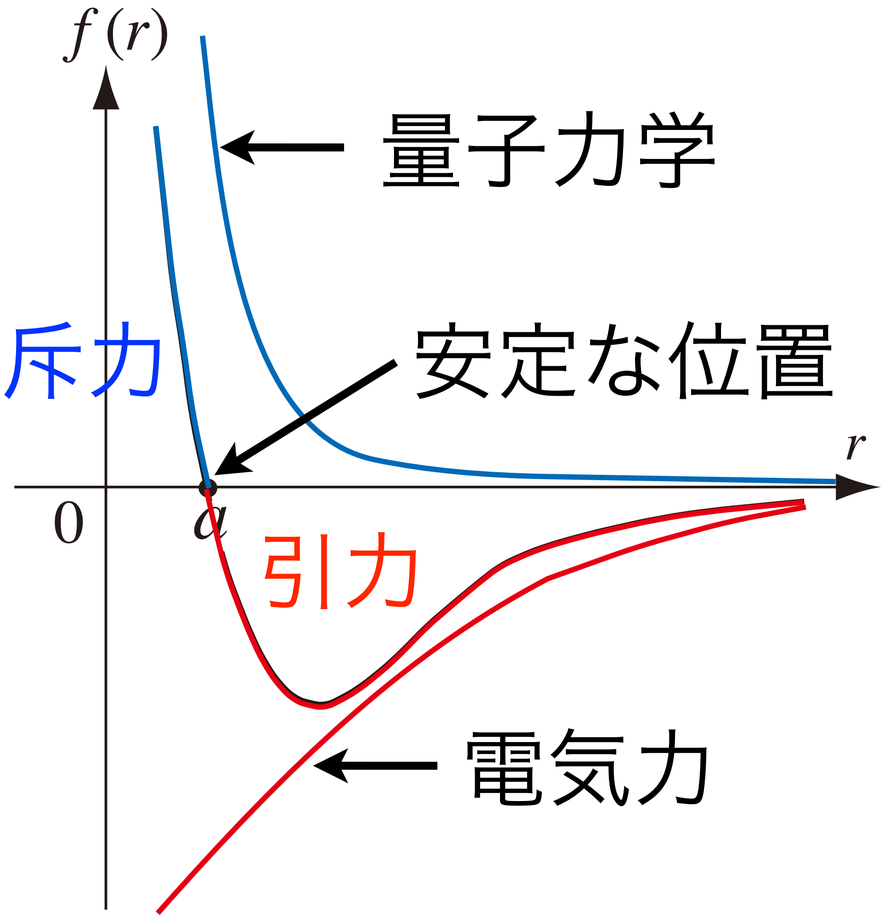
分子間の斥力


水素原子
水素原子
電子
電子
+
電子
電子
共有結合
水素分子
斥力
水素分子
水素分子
斥力
分子
分子
電子軌道の重なり合い

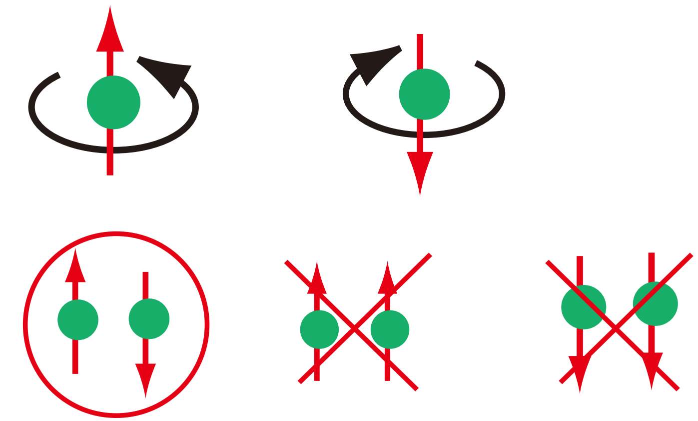


原子・分子間力の引力

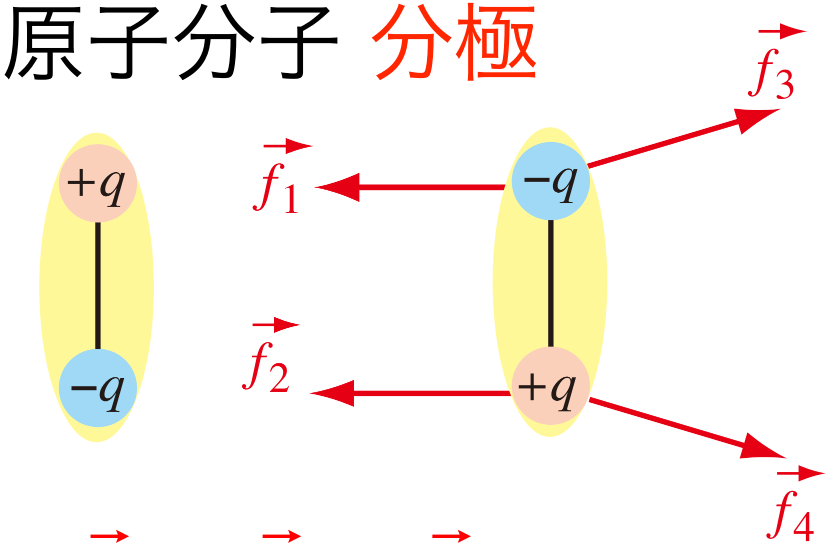
1.7.3 分子間力（ファンデスワールス 力）



電子スピン（自転）



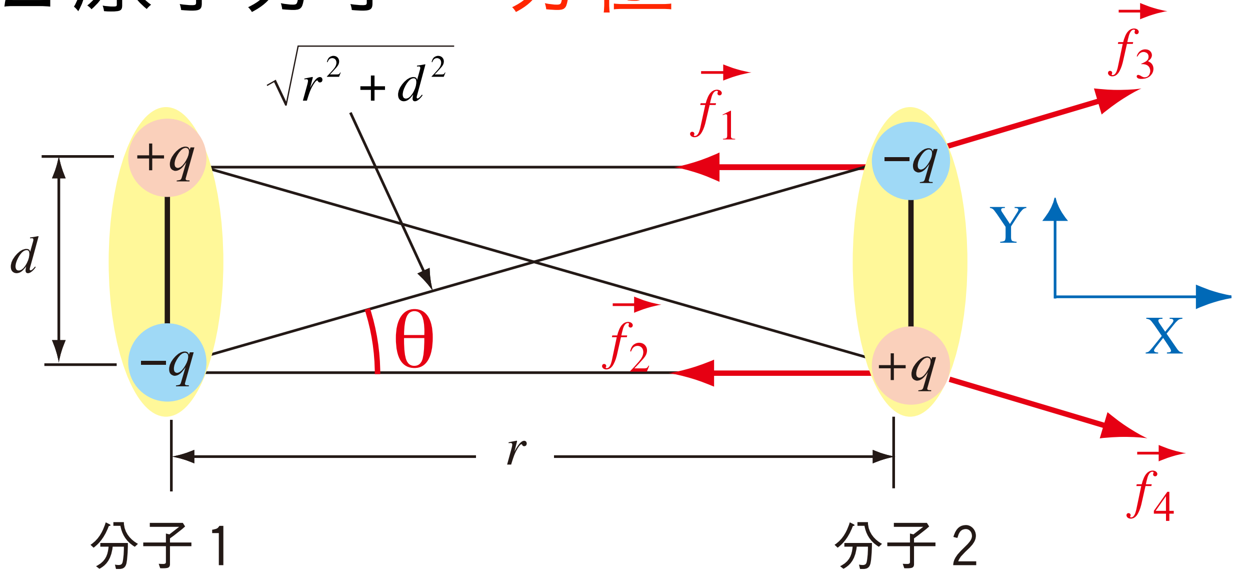
２原子分子 分極

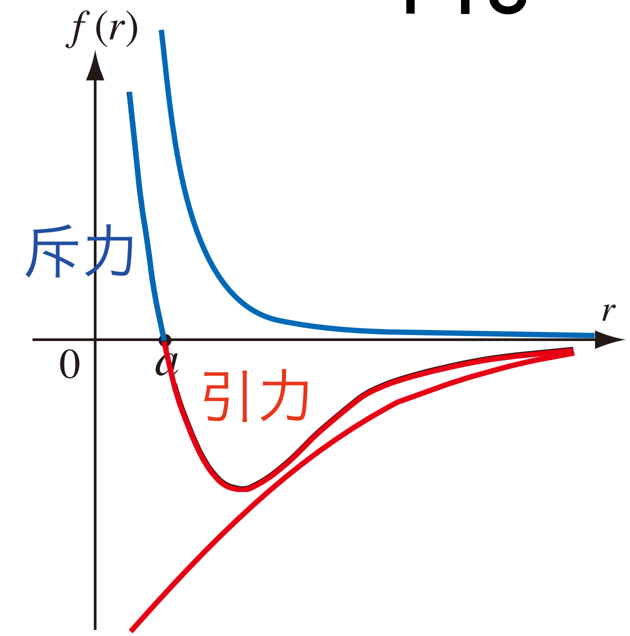


$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \vec{f}_4 \neq 0$$

引力の原因

2原子分子　分極





電荷０　　電荷０ ⇨ 力はゼロか？

$$\vec{f}_1=\vec{f}_2=\left(-k\frac{q^2}{r^2},\ 0\right)\qquad \left|\vec{f}_3\right|=\left|\vec{f}_4\right|=k\frac{q^2}{r^2+d^2}$$

$$\vec{f}_3=\left(k\frac{q^2}{r^2+d^2}\cos\theta,\ k\frac{q^2}{r^2+d^2}\sin\theta\right)\qquad \vec{f}_4=\left(k\frac{q^2}{r^2+d^2}\cos\theta,\ -k\frac{q^2}{r^2+d^2}\sin\theta\right)$$

近似式 $(1+\delta)^{\alpha} \cong 1+\alpha\delta \quad (\delta << 1)$

- $1+\delta$
- $(1+\delta)^2 = \underline{1+2\delta}+\delta^2$
- $(1+\delta)^3 = \underline{1+3\delta}+3\delta^2+\delta^3$
- $(1+\delta)^n = \underline{1+n\delta}+\dfrac{n(n-1)}{2}\delta^2+\cdots$

$$1+r+r^2+\cdots = \frac{1}{1-r}$$

- $\dfrac{1}{1+\delta} = \underline{1-\delta}+\delta^2+\cdots$

$\quad \| $

$(1+\delta)^{-1}$

テーラー展開（数学）

分子２に働く力

$$\vec{f}_1+\vec{f}_2+\vec{f}_3+\vec{f}_4 = \left(\boxed{-2k\frac{q^2}{r^2}+2k\frac{q^2}{r^2+d^2}\cos\theta}\overset{0}{\neq},\ 0\right) \cong \left(\cancel{-2k\frac{q^2}{r^2}}+\cancel{2k\frac{q^2}{r^2}}\boxed{-3k\frac{(qd)^2}{r^4}}\overset{0}{<},\ 0\right)$$

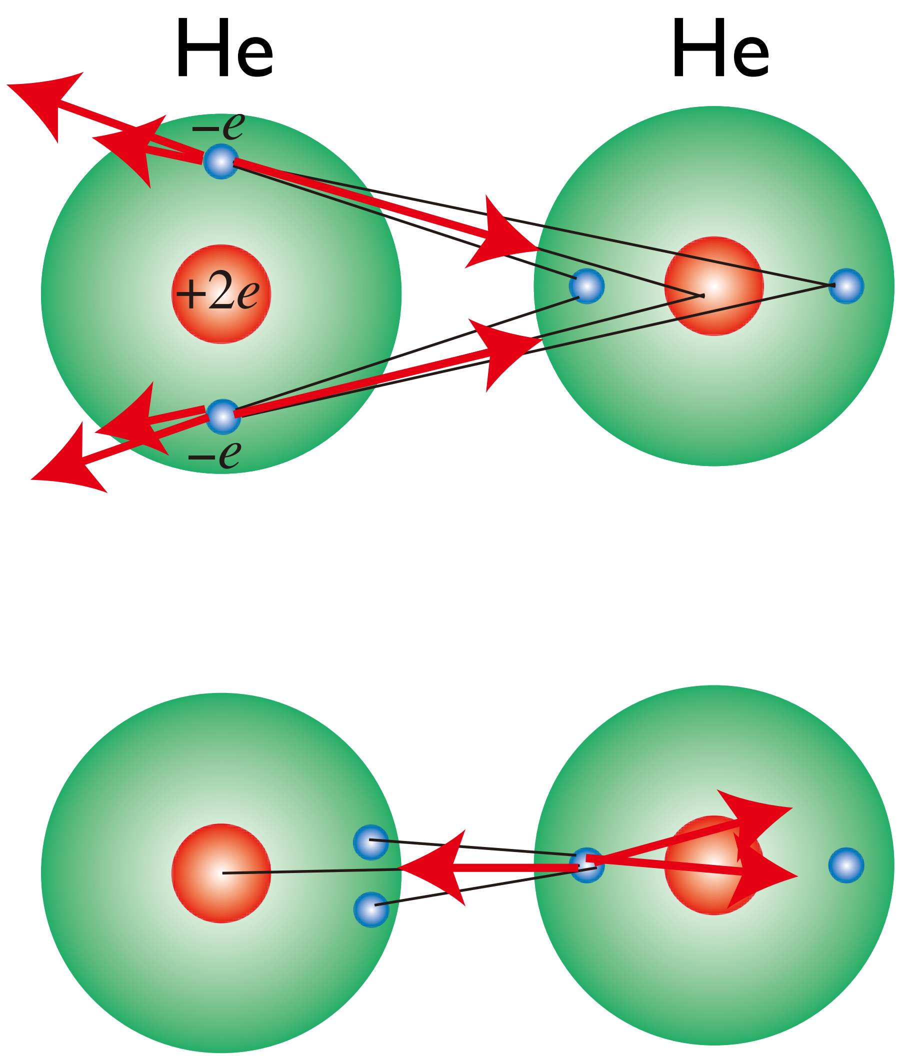
引力

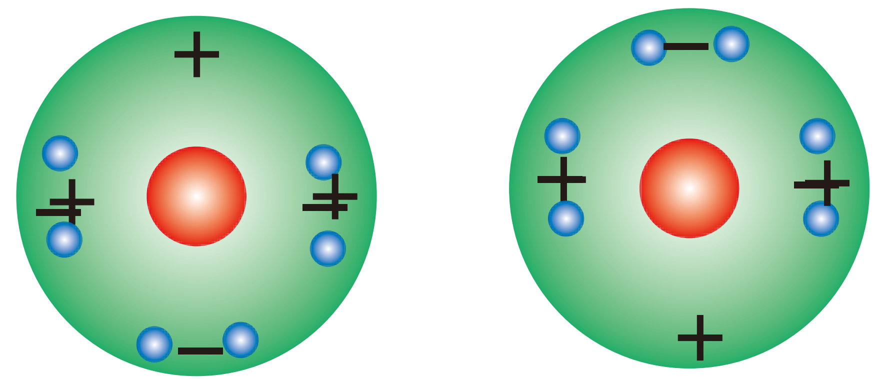
$$\cos\theta = \frac{r}{\sqrt{r^2+d^2}}$$

$$\frac{1}{r^2+d^2}\cos\theta = \frac{r}{\left[r^2+d^2\right]^{3/2}} = \frac{r}{r^3}\left[1+\left(\frac{d}{r}\right)^2\right]^{-3/2} \cong \frac{1}{r^2}-\frac{3}{2}\frac{d^2}{r^4}$$

原子間距離 d << 分子間距離 r ⇨ $\dfrac{d}{r} << 1$

単原子分子も分極する





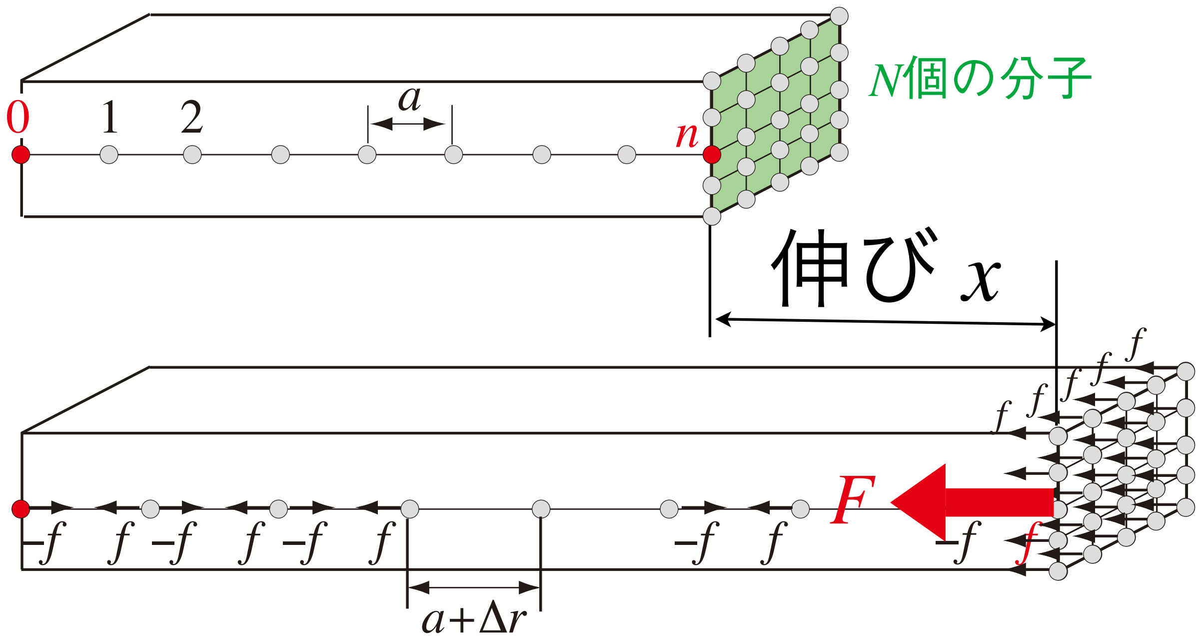
結局、分極する

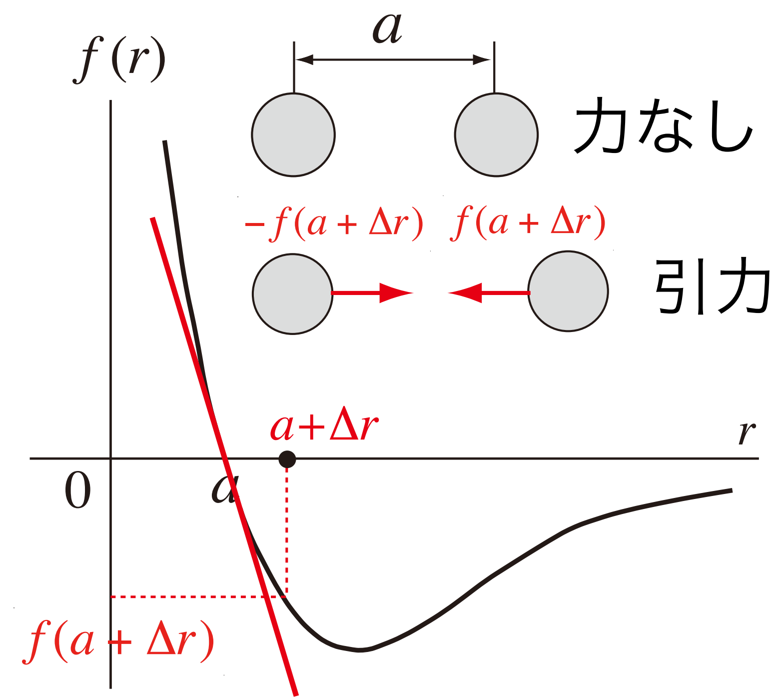
自発的分極

⟶ 引力

弾性力

1.7.4 弾性力（バネの力）





接線で近似する

$(a, f(a))$ を通る

傾き $f'(a)$ の直線

$$y = \underbrace{f(a)}_{=0} + f'(a)(x-a)$$

全体の伸び　分子間距離の伸び

$$x = n\,\Delta r \quad \Rightarrow \quad \Delta r = \frac{x}{n}$$

弾性体の端の力

$$f'(a)\times(\,(a+\Delta r)\ - a)$$

$$F(x) = N \times f(a+\Delta r)$$

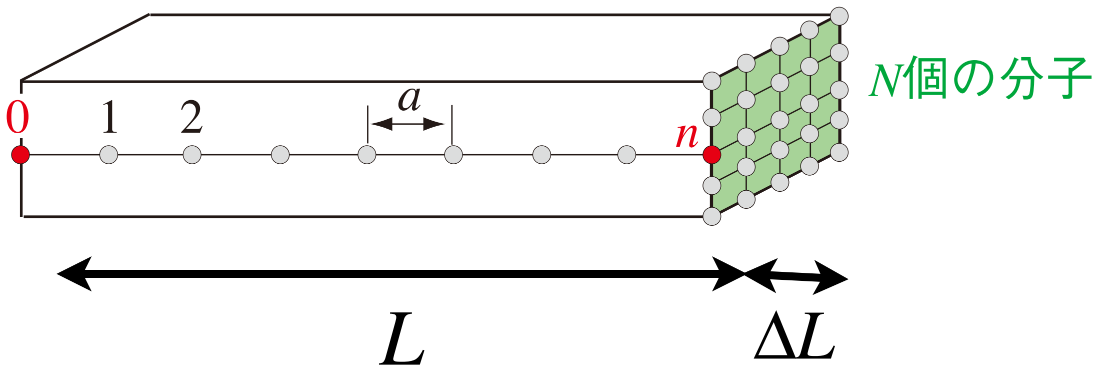
$$f(r) \cong f'(a)(r-a)$$

∧

0

$$\cong N \times f'(a)(\cancel{a} + \Delta r - \cancel{a}) = \underbrace{N \times f'(a)}_{-k} \times \frac{x}{n}$$

弾性体の力



$$F(x) = -\boxed{k} \times x$$

バネ定数 $\left[\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]$

k が大きいとバネは強い

面積

バネ定数 $\quad k = \dfrac{N}{n} \times \left| f'(a) \right|$

長さ

$$\left.\begin{array}{l} \text{面積}\rightarrow\text{大} \\ \text{長さ}\rightarrow\text{短} \end{array}\right\} \text{バネ}\rightarrow\text{強}$$

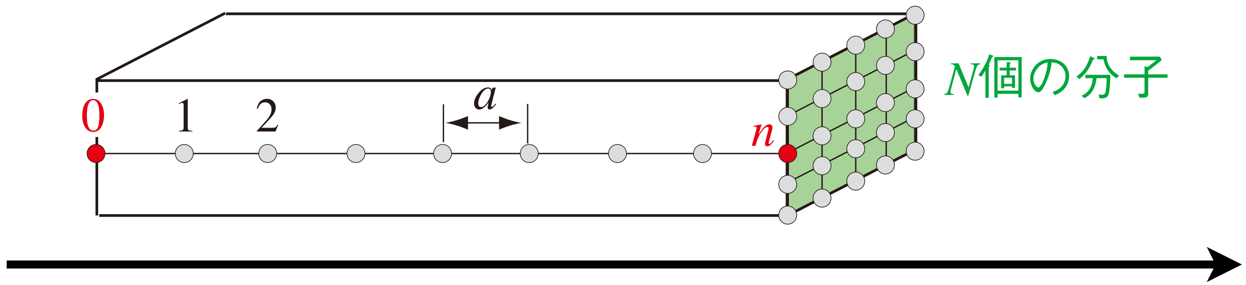
$$F = -\boxed{}\frac{S}{L}\Delta L$$

ヤング率

$$\frac{F}{S} = -\boxed{E}\frac{\Delta L}{L}$$

形によらない物質固有の量

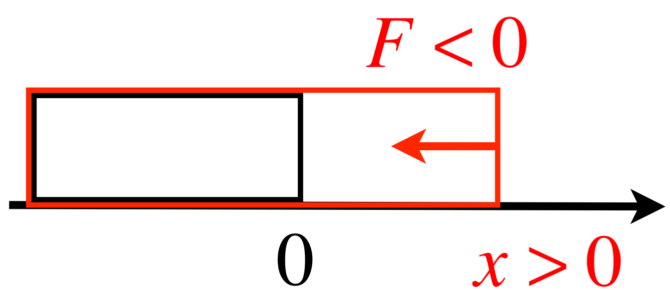
弾性体が生み出す力



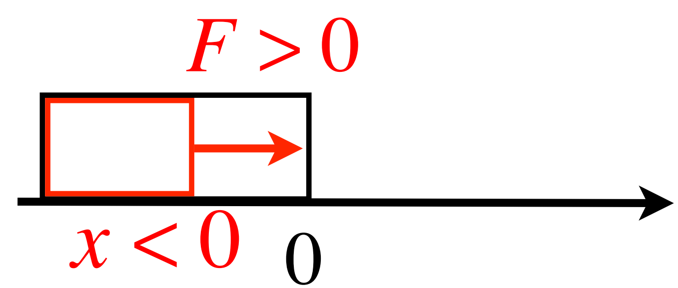
$$F(x) = -k \times x$$

座標の正の向き

伸び

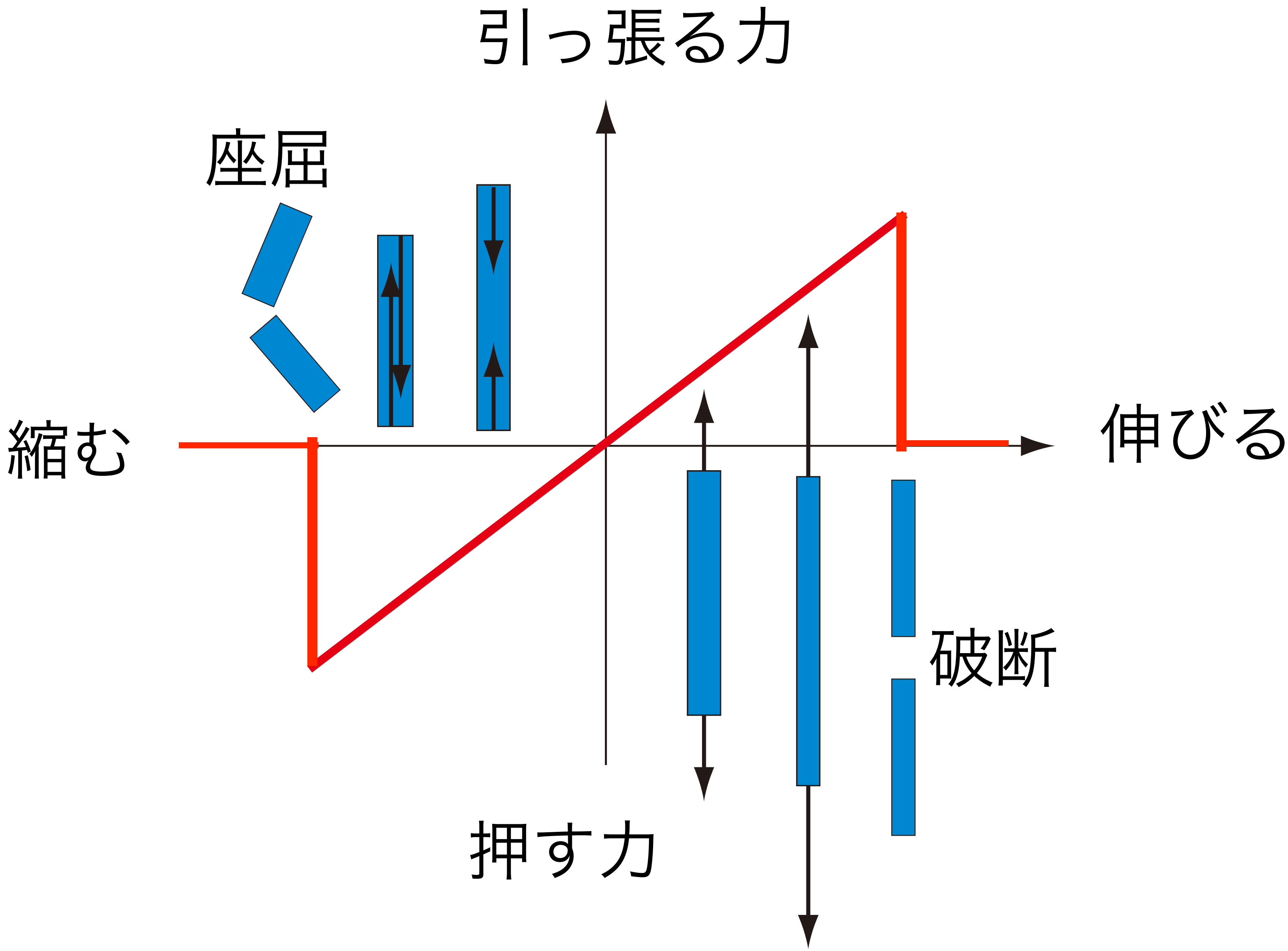


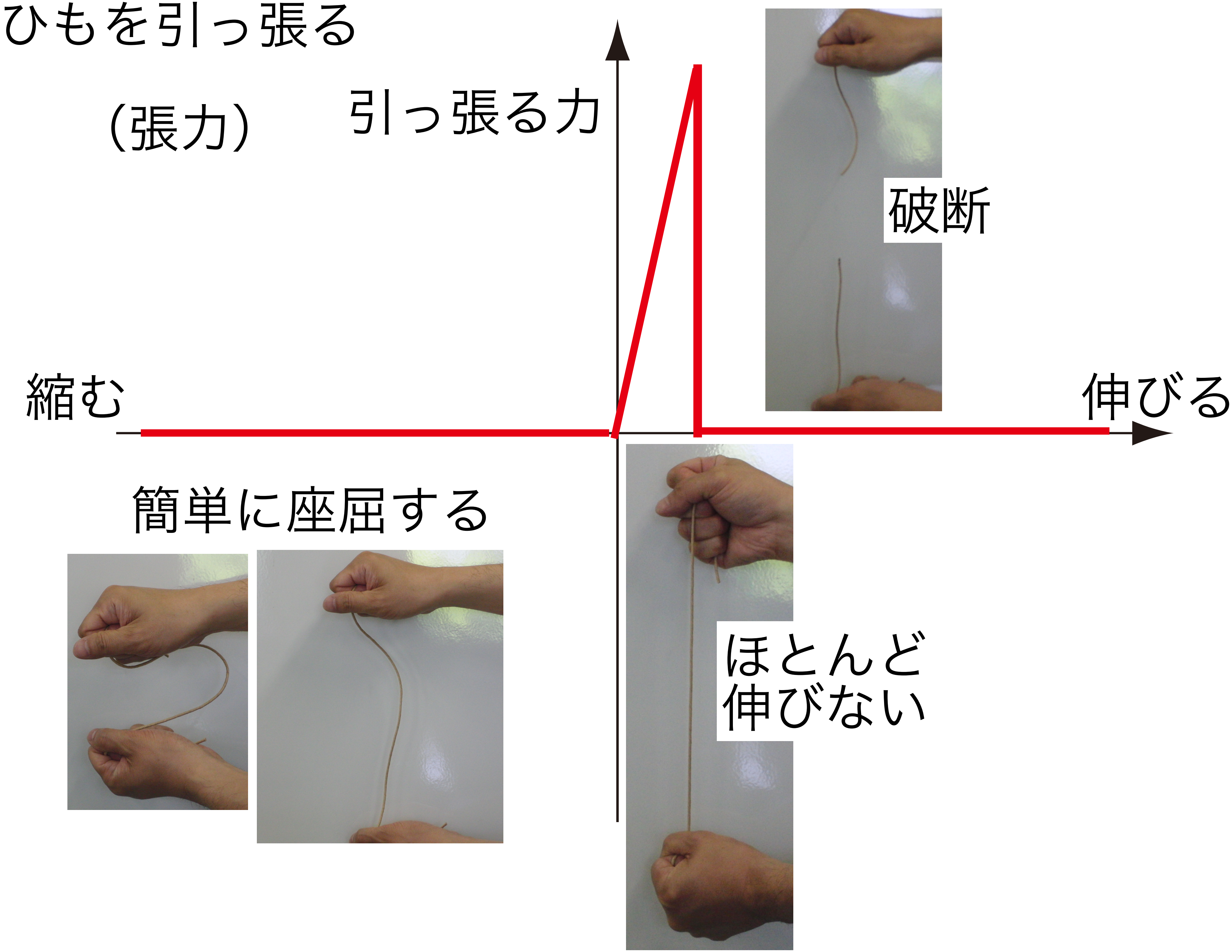
圧縮



向きをはっきりさせると $\vec{F} = -k\,\vec{x}$ フックの法則

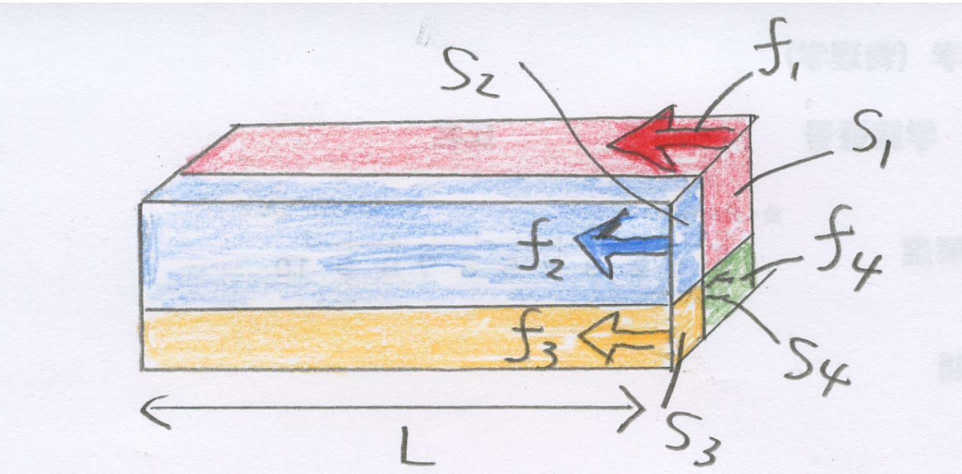
弾性体を変形させるために必要な力




ひもを引っ張る
（張力）
引っ張る力
破断
縮む
伸びる
簡単に座屈する
ほとんど
伸びない

一般的な弾性体（結晶構造がなかったら）はどうなる？

こんなのを考えると



それぞれの部分について

$$f_1 = -E_1 S_1 \frac{\Delta L}{L} \qquad f_2 = -E_2 S_2 \frac{\Delta L}{L}$$

$$f_3 = -E_3 S_3 \frac{\Delta L}{L} \qquad f_4 = -E_4 S_4 \frac{\Delta L}{L}$$

全体に働く力は

$$F = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = -\left(E_1 S_1 + E_2 S_2 + E_3 S_3 + E_4 S_4\right)\frac{\Delta L}{L}$$

複合物のヤング率を $E = \dfrac{E_1 S_1 + E_2 S_2 + E_3 S_3 + E_4 S_4}{S}$ と定義すれば

$$F = -E \times S \times \frac{\Delta L}{L}$$

運動の法則

1.8 運動の法則

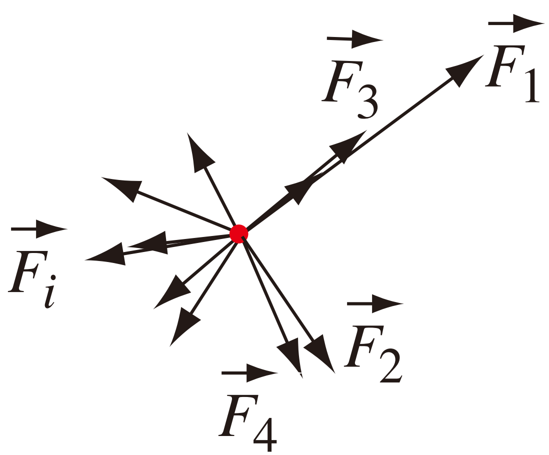
1）慣性の法則

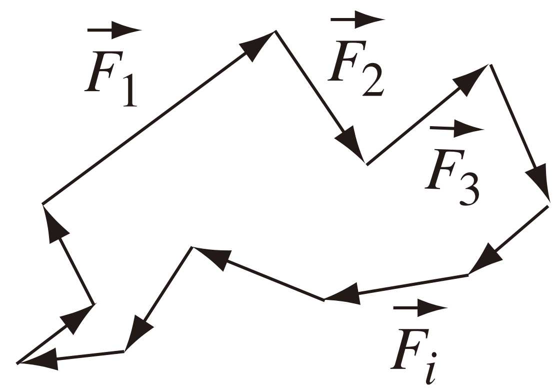
力なし ⇒ 加速度なし

$\vec{F} = \vec{0}$ 　　　$\vec{a} = \vec{0}$

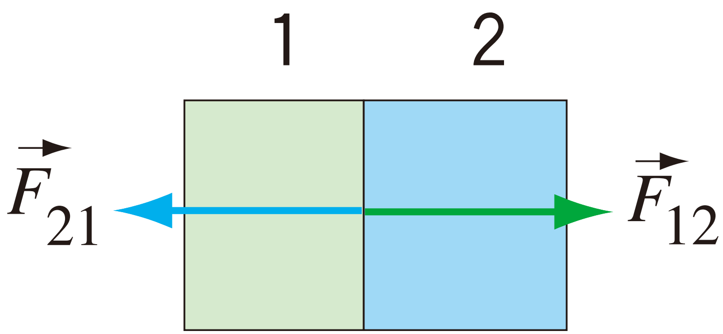
等速直線運動

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$$

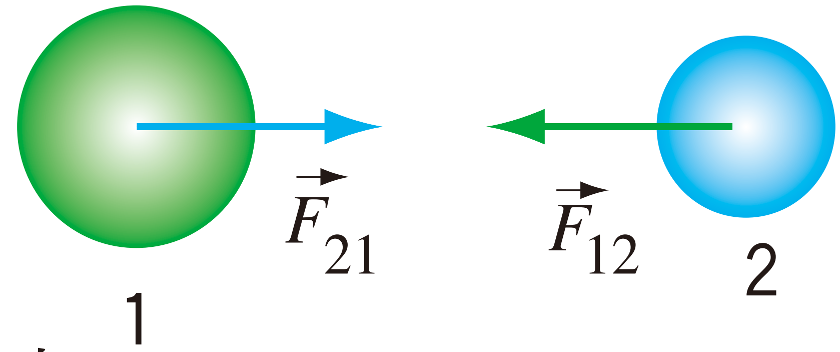




3）作用-反作用の法則　力の性質について

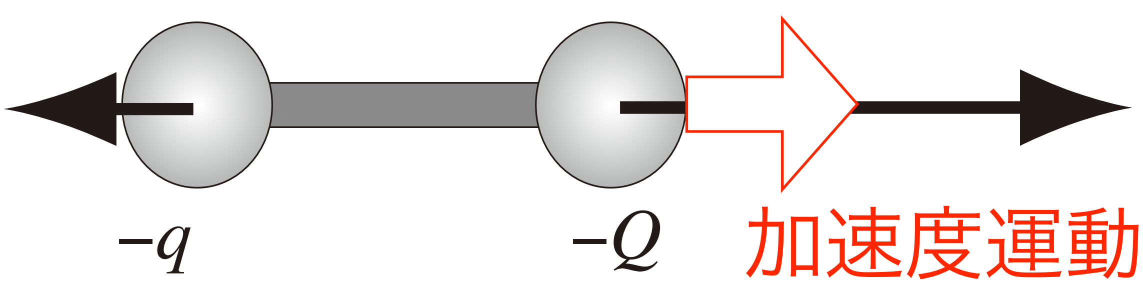


2が1に及ぼす力　　1が2に及ぼす力



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

もし、作用-反作用の法則が成立していなかったら



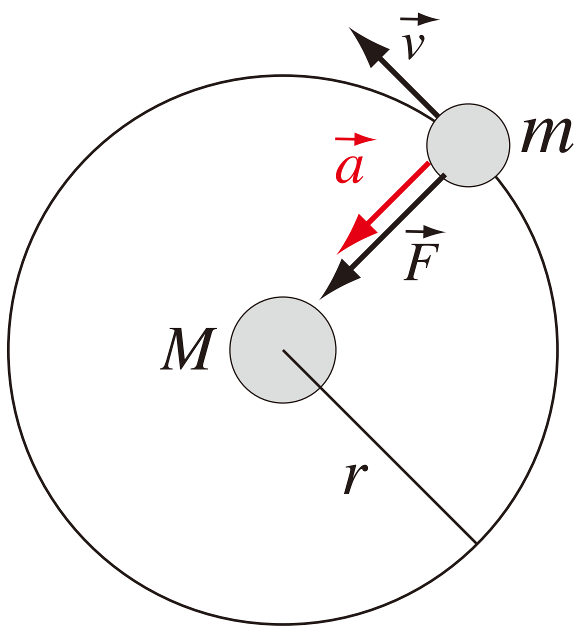
$$v \to \infty$$

運動エネルギー

$$\frac{1}{2}mv^2 \to \infty$$

2）運動方程式

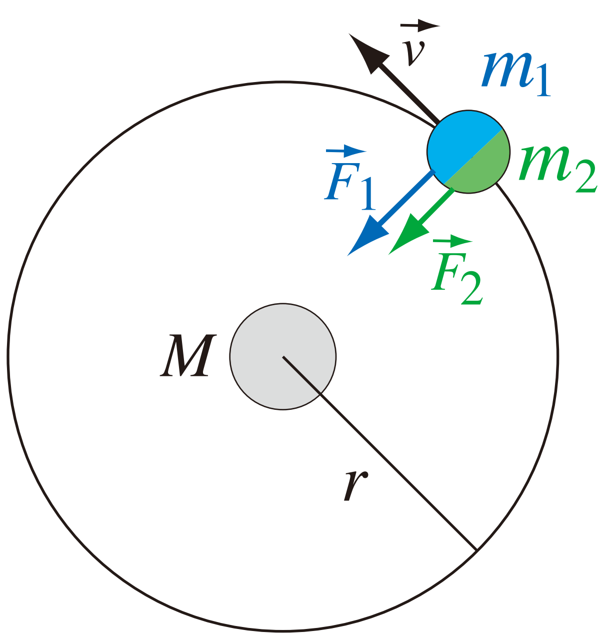
P24-25



分かっていること

- □ $F = G\dfrac{mM}{r^2}$
- □ 円運動の加速度 $a = \dfrac{v^2}{r}$ P9
- □ $\vec{F} \propto \vec{a}$
  比例

加速度は同じ



$$F_1 = G\frac{m_1 M}{r^2} = k_1 \times a$$

$$F_2 = G\frac{m_2 M}{r^2} = k_2 \times a$$

比例定数

共通の比例定数

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{k_1}{k_2}} \Rightarrow \begin{array}{l} k_1 = m_1 \times k \\ k_2 = m_2 \times k \end{array}$$

運動方程式

$$F = m \times k \times a$$ 力と加速度の関係

□ k は決まらないので k=1 と定義する

$\longleftarrow$ 力の単位 [N] の定義
ニュートン

□ $\vec{F}$ と $\vec{a}$ は同じ向き

$$\vec{F}(t) = m\,\vec{a}(t) = m\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$$

運動の法則

P24-27

1）慣性の法則

力が働いていなければ、速度は一定

止まっている物は止まったまま

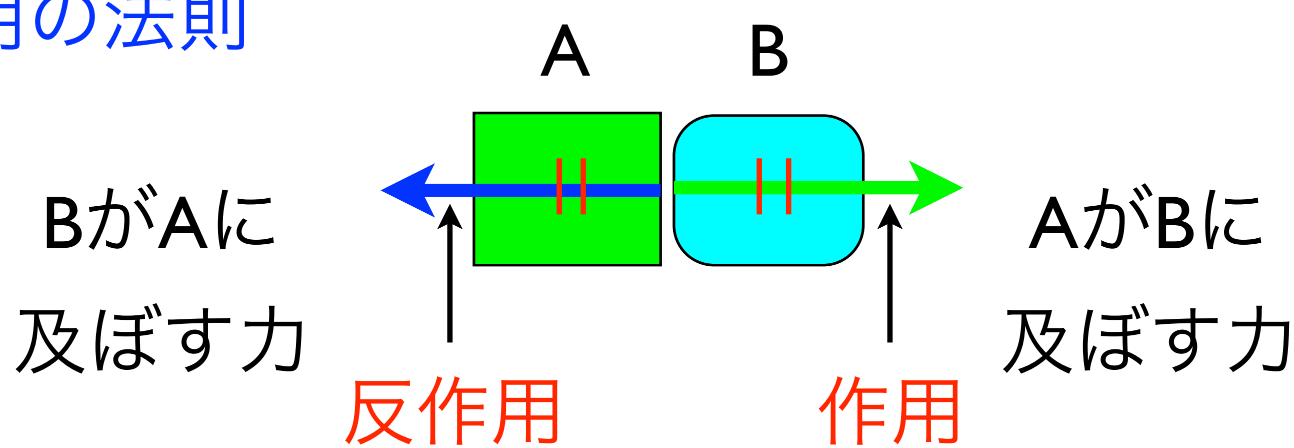
動いている物は動き続ける

2）運動方程式

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

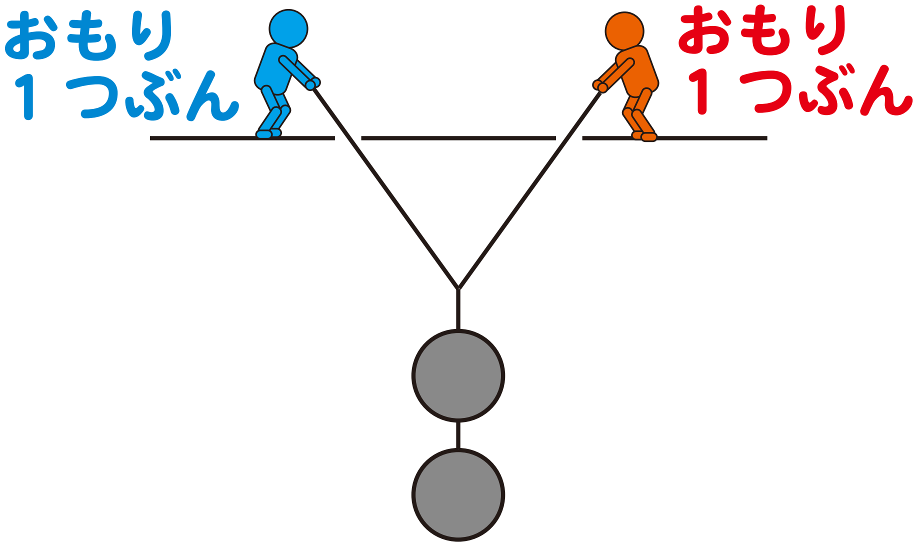
[N]　[kg] [m/s^2]

3）作用・反作用の法則

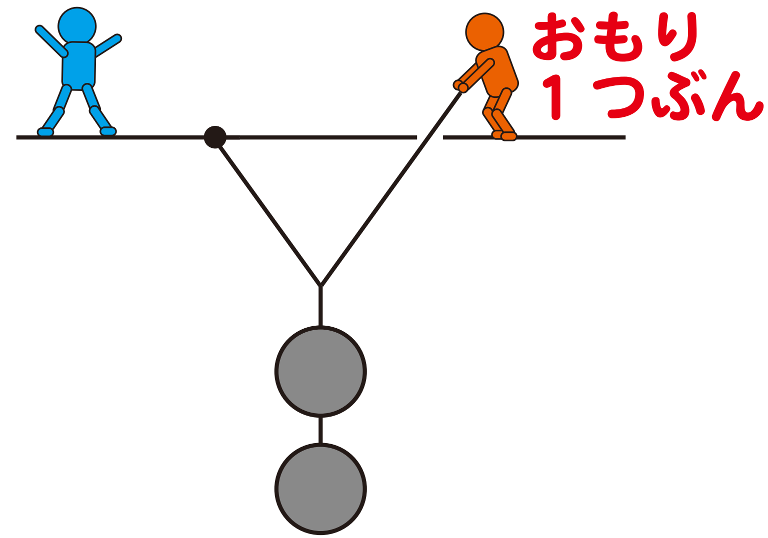


P28　練習問題２

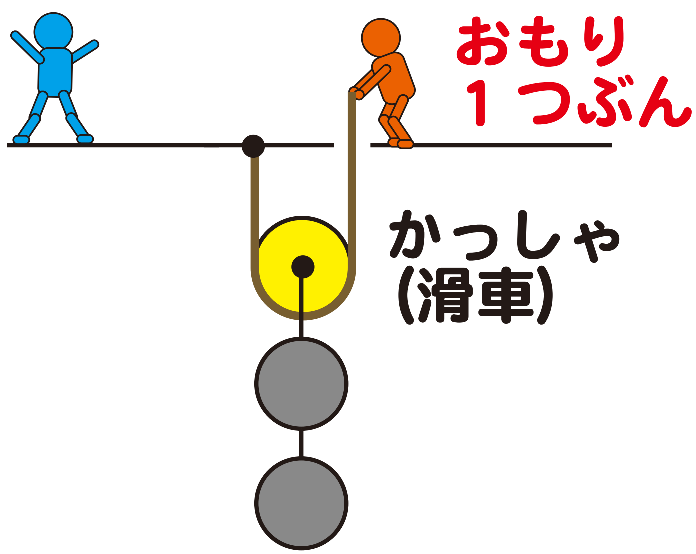
おもりを２つもちあげる ためには



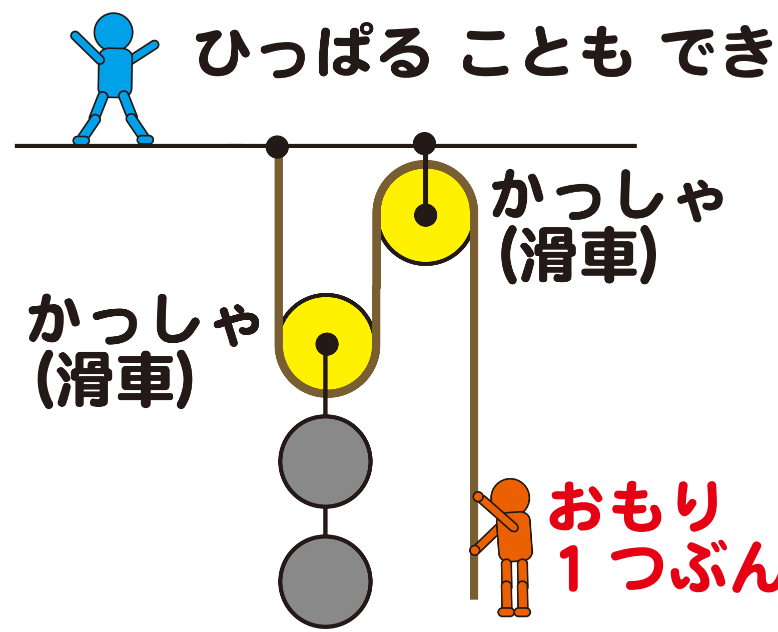
てんじょう に つないだら



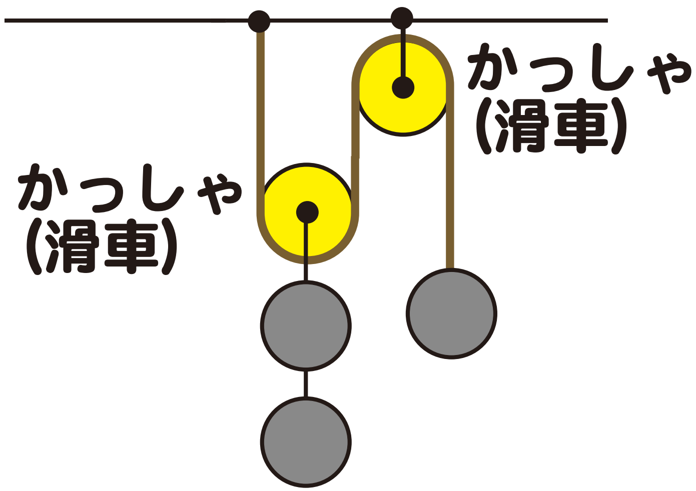
べんり な はつめい



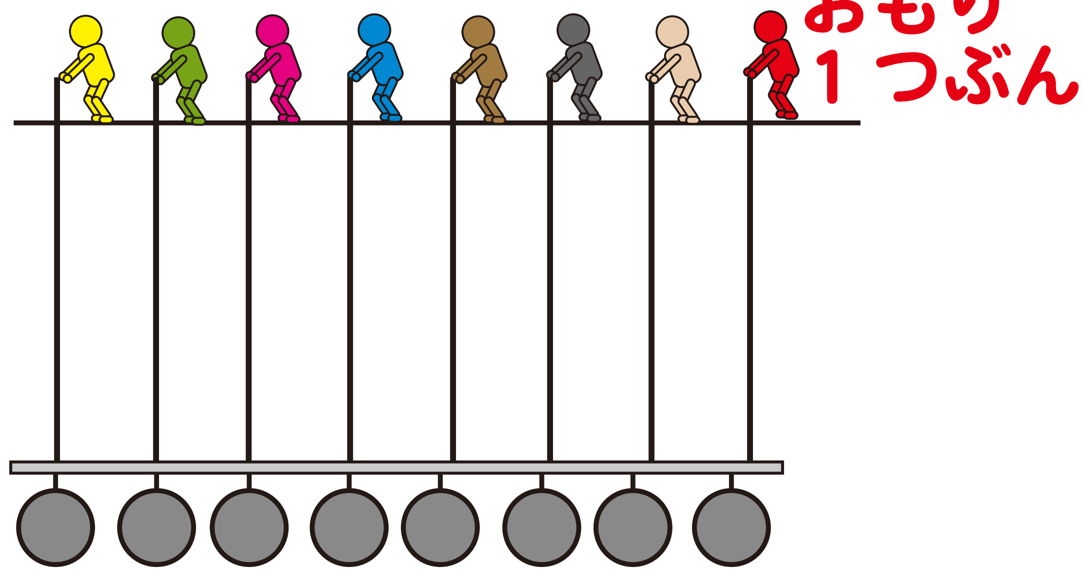
ひっぱる ことも できるよ



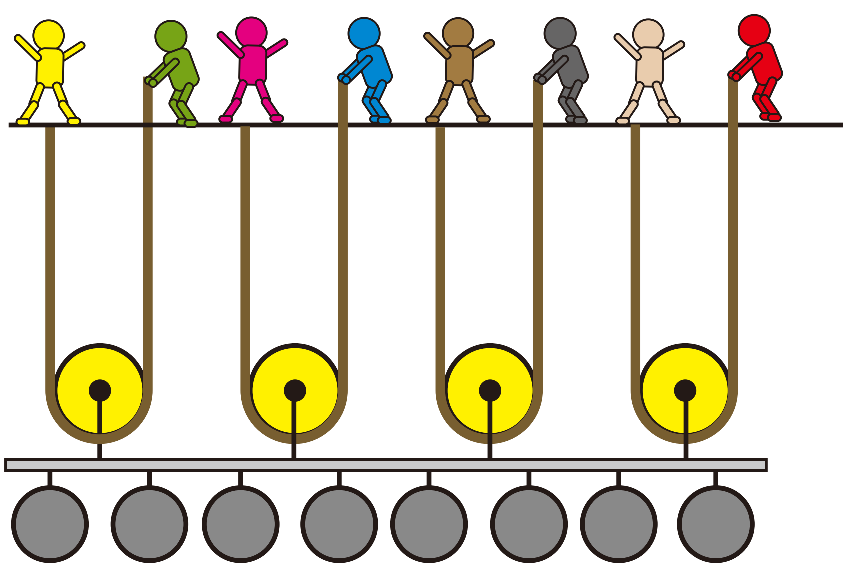
ということは



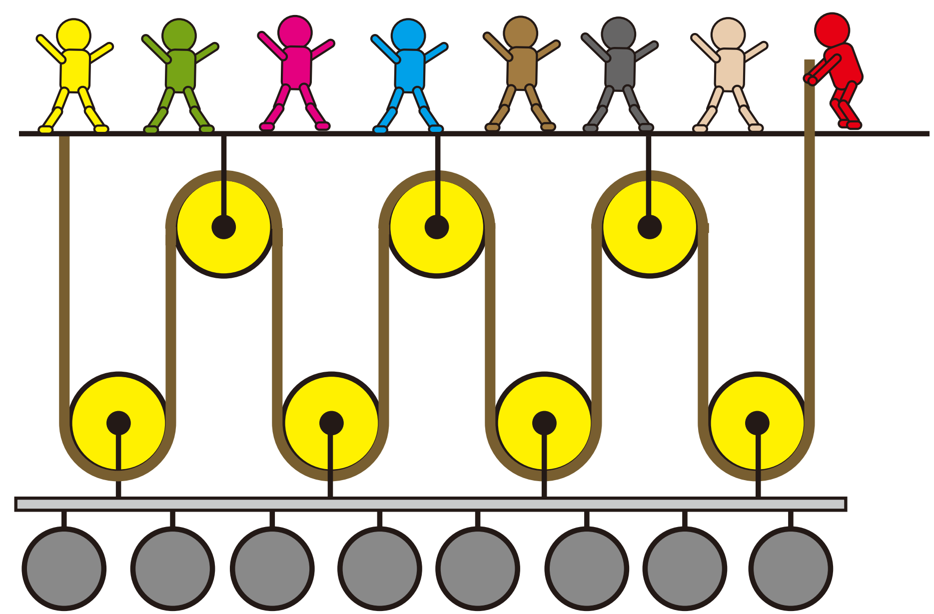
おもり が ８ こ あると



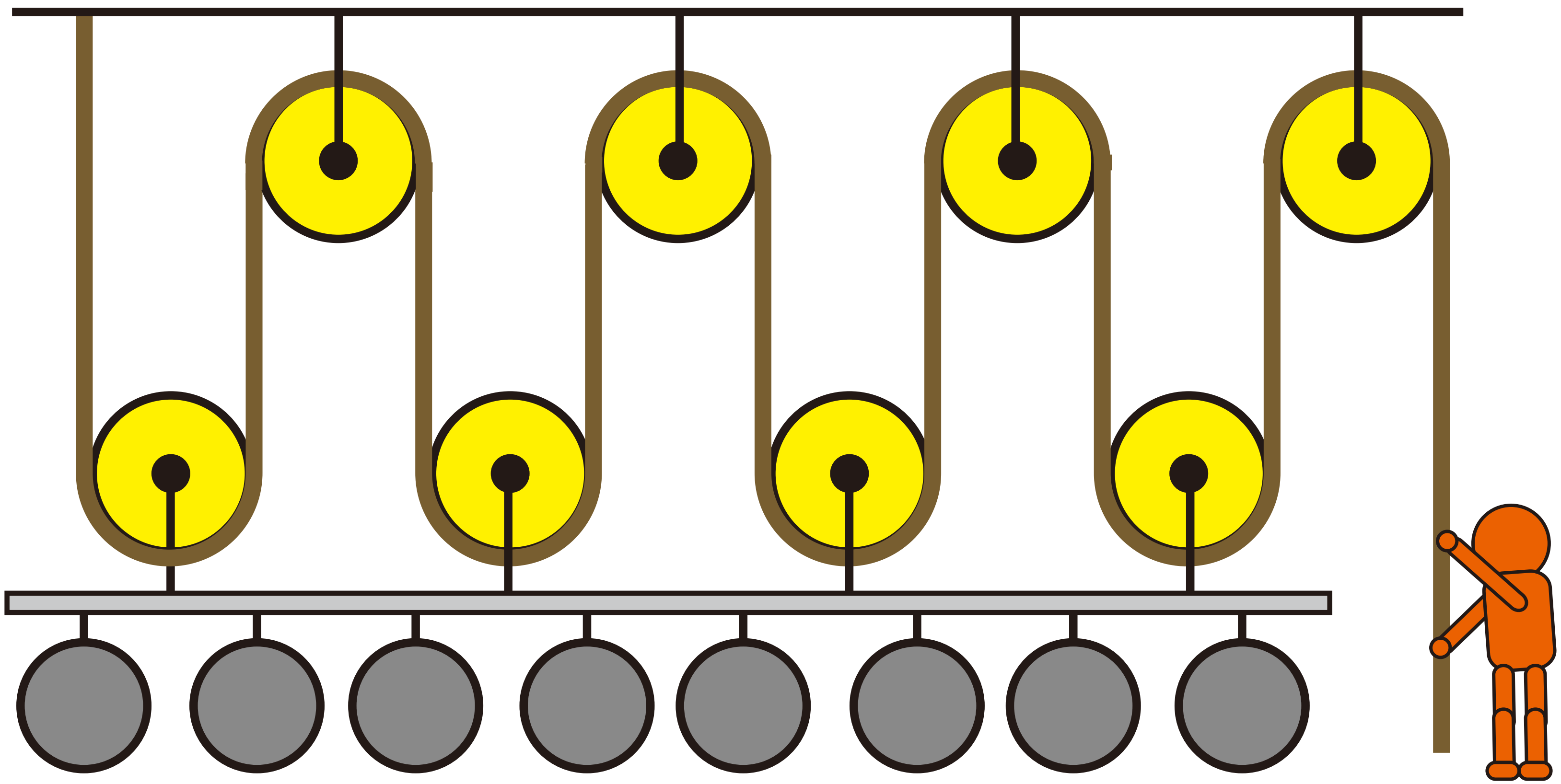
かっしゃ を つかうと ラクチン



もっと ラクチン になるぞ！



ひっぱる ほうが いいよね！



４つの定滑車

４つの動滑車

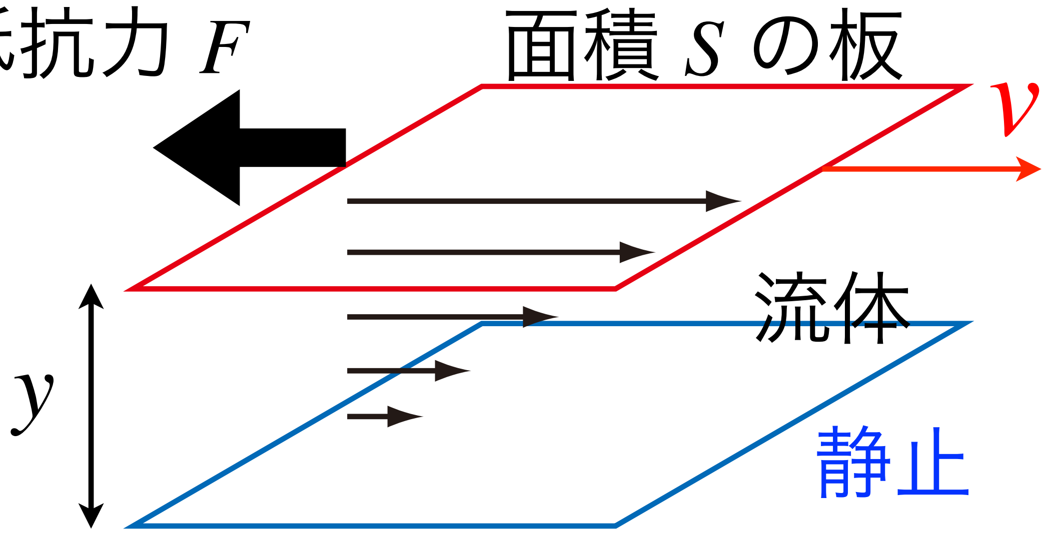
抵抗力を受ける落下運動

1.9　抵抗力を受ける運動

電気力 ⟶ 分子間力 ⟶ 抵抗力

粘性による力

粘性の測定



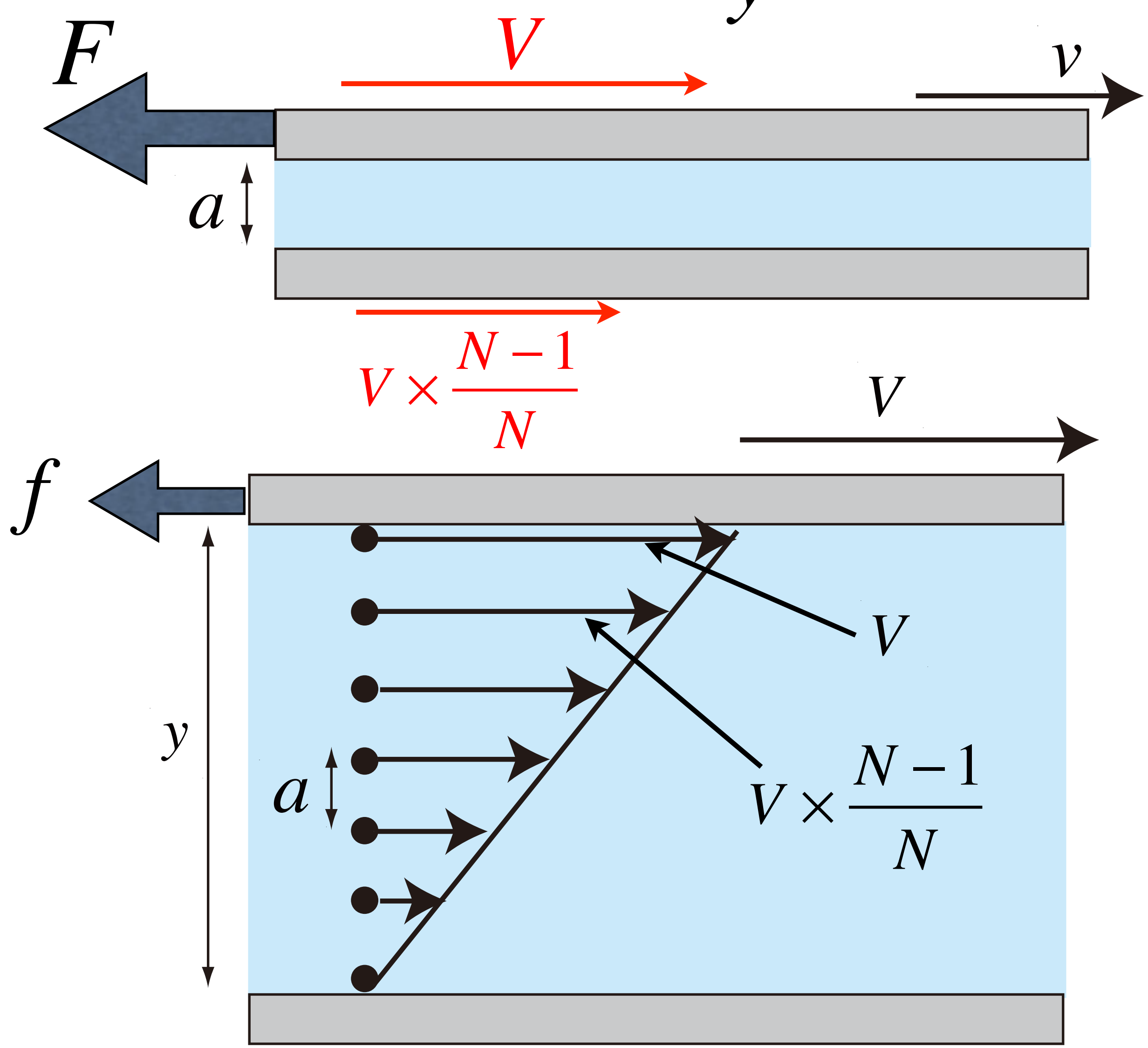
早く動かすのは大変

$$F = \eta \times S \times \frac{v}{y}$$

粘性率

薄ければくっつく

なぜ $F = \color{red}{\eta} \times S \times \frac{v}{y}$ 厚さに反比例するのか



$F = k \times v$

を認めると

縦に並んでいる分子

$N = \frac{y}{a}$ 個

相対速度

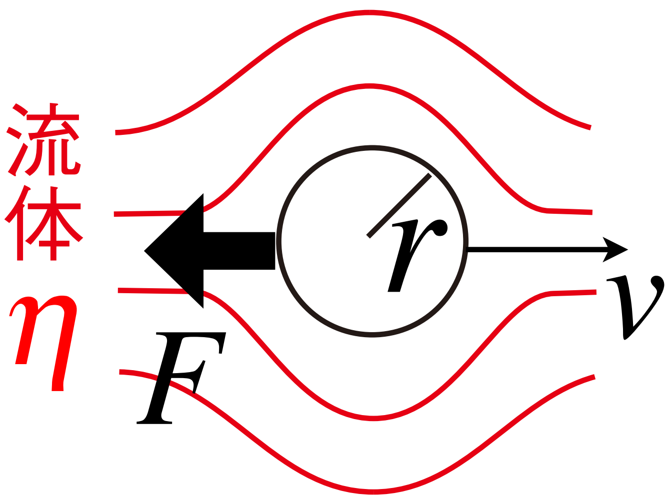
$$V - V \times \frac{N-1}{N} = V \times \frac{1}{N}$$

上の板が受ける力 $f = k \times V \times \frac{1}{N} = k \times V \times \frac{a}{\color{red}{y}}$

$$F = \eta \times S \times \frac{v}{y}$$

$$[\mathrm{N}] = [\eta] \times \left[\mathrm{m}^2 \times \frac{\mathrm{m/s}}{\mathrm{m}} \right] \longrightarrow [\eta] = \left[\frac{\mathrm{N} \times \mathrm{s}}{\mathrm{m}^2} \right] = \left[\frac{\mathrm{kg} \times \mathrm{m/s}^2 \times \mathrm{s}}{\mathrm{m}^2} \right] = \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \times \mathrm{s}} \right]$$

流体中の球体が受ける抵抗力



$$F \propto \eta^{n_1} r^{n_2} v^{n_3}$$

$$\frac{\mathrm{kg} \times \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \times \mathrm{s}} \right)^{n_1} \times (\mathrm{m})^{n_2} \times \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \right)^{n_3}$$

$$n_1 = 1$$

$$-n_1 + n_2 + n_3 = 1$$

$$n_1 + n_3 = 2$$

$$\downarrow$$

$$n_1 = n_2 = n_3 = 1$$

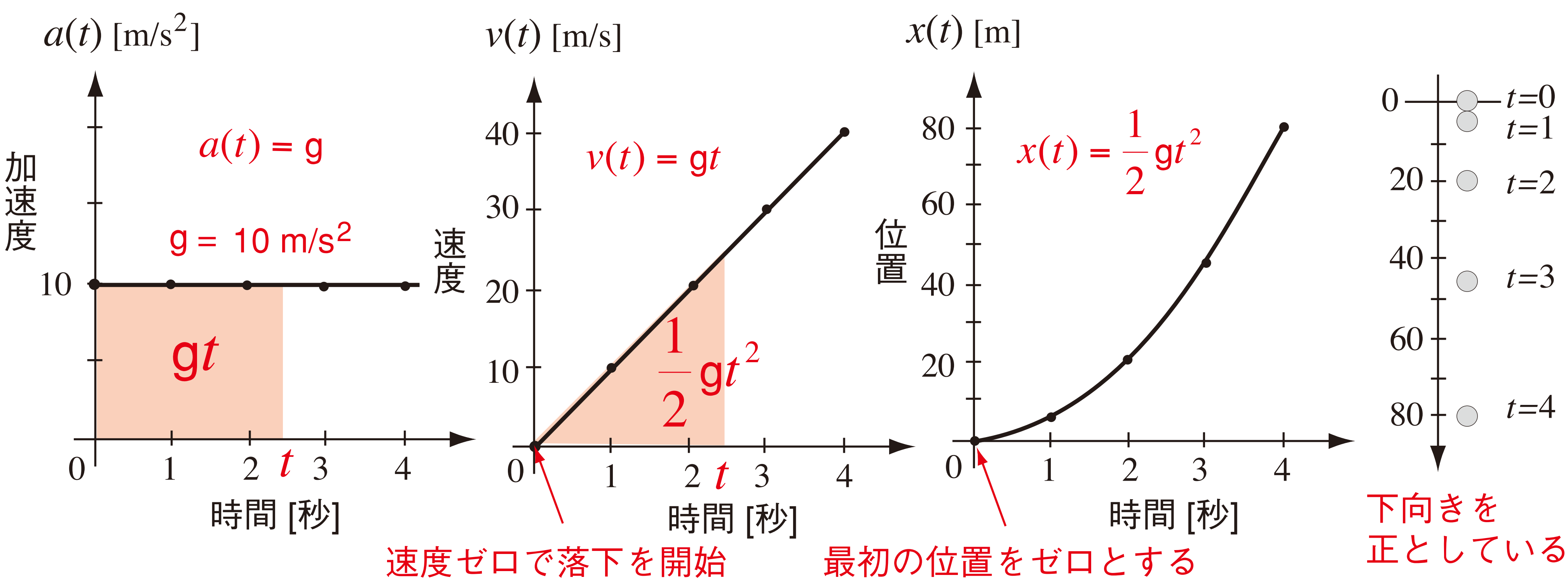
正しくは

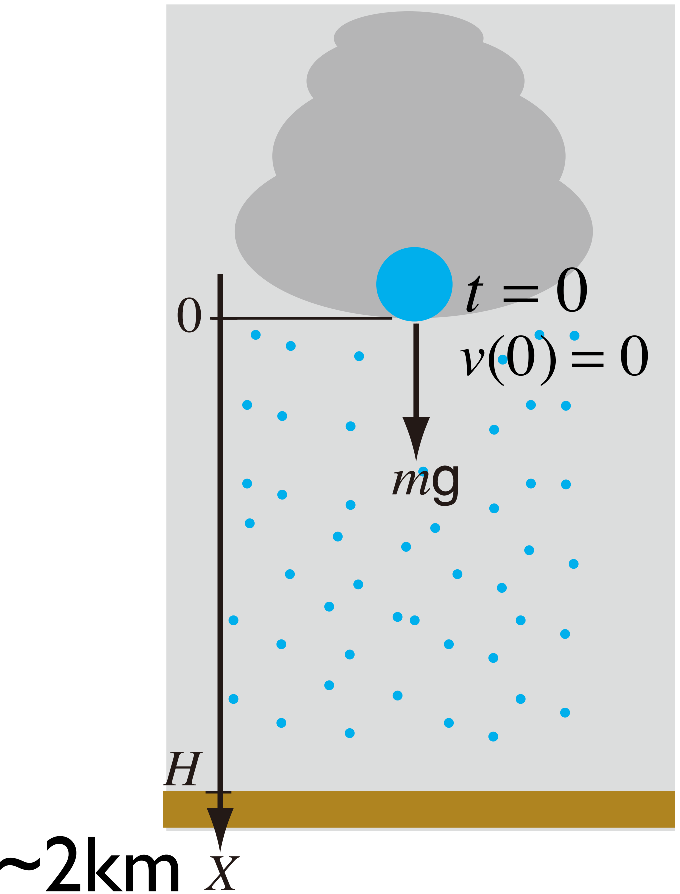
$$F = 6\pi \times \eta \times r \times v$$

ストークスの法則

自由落下の速度と落下距離

運動方程式 $m\dfrac{dv(t)}{dt} = mg \quad \Rightarrow \quad a(t) = \dfrac{dv(t)}{dt} = g$





抵抗力がないとき

運動方程式　$m\dfrac{dv(t)}{dt} = m\mathrm{g}$

$$v(t) = v(0) + \mathrm{g}t$$

$v(0) = 0$

$$x(t) = x(0) + \frac{1}{2}\mathrm{g}t^2$$

$x(t) = H$, $x(0) = 0$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{\mathrm{g}}}$$

$$v(t) = \sqrt{2\mathrm{g}H}$$

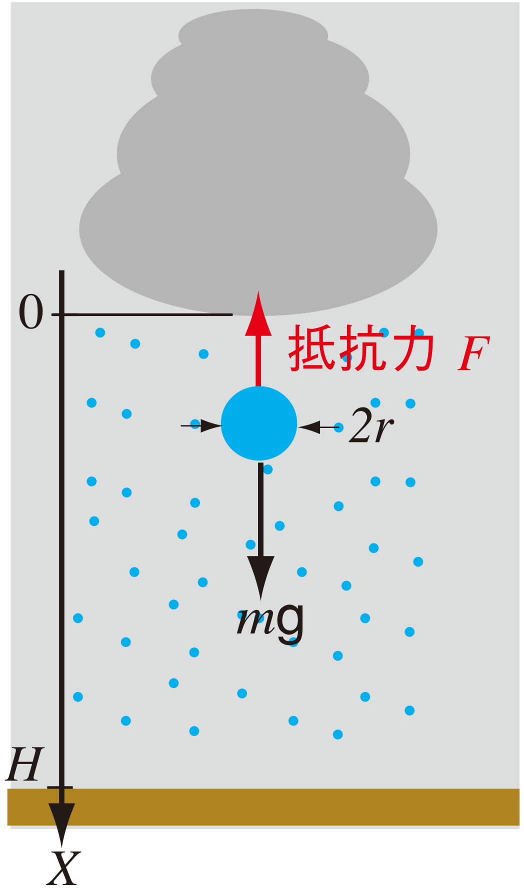
$$H = 2\ \mathrm{km}$$

$$v = \sqrt{2 \times \underset{\mathrm{m/s^2}}{10} \times \underset{\mathrm{m}}{2000}} = \sqrt{\underset{\mathrm{m^2/s^2}}{40000}} = 200\ \mathrm{m/s}$$

ピストルの弾

抵抗力がある場合

$$F = \boxed{6\pi \times \eta \times r}_{\alpha} \times v$$



運動方程式 $$m\frac{dv(t)}{dt} = mg - \alpha v(t)$$

$$\longrightarrow \quad \frac{dv(t)}{dt} = g\left(1 - \frac{\alpha}{mg}v(t)\right)$$

$$\int_0^t \frac{1}{1-\dfrac{\alpha}{mg}v(t)}\frac{dv(t)}{dt}dt = \int_0^t g\, dt = gt$$

P11問(4)

置換積分

$$\int_{v(0)}^{v(t)} \frac{1}{1-\dfrac{\alpha}{mg}v}dv = \left[-\frac{mg}{\alpha}\log_e\left|1-\frac{\alpha}{mg}v\right|\right]_0^{v(t)} = -\frac{mg}{\alpha}\log_e\left|1-\frac{\alpha}{mg}v(t)\right|$$

$$\log_e 1 = 0$$

積分公式 $$\int \frac{1}{ax+b}dx = \frac{1}{a}\log_e|ax+b|$$

$$-\frac{mg}{\alpha}\log_e\left|1-\frac{\alpha}{mg}v(t)\right| = gt$$

$$\downarrow$$

$$1-\frac{\alpha}{mg}v(t) = e^{-\frac{\alpha}{m}t}$$

$$\downarrow$$

$$v(t) = \frac{mg}{\alpha}\left(1-e^{-\boxed{\frac{\alpha}{m}}t}\right)$$

$t \to \infty$ 　$e^{-\frac{\alpha}{m}t} \to 0$

P31
のグラフ

$$\frac{m^{[\mathrm{kg}]}}{\alpha\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\right]} = \frac{\frac{4\pi}{3}r^3\times\rho}{6\pi r\eta}$$

水の密度

r=0.1 mm 　kg/m^3

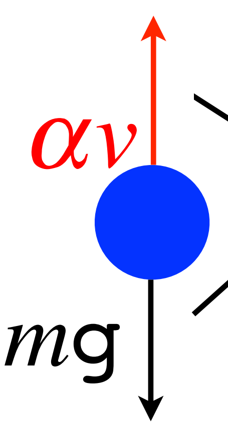
$$= \frac{2r^2\rho}{9\eta} = \frac{2\times(10^{-4})^2\times 10^3}{9\times(1.8\times10^{-5})}$$

空気の η P31

$$= \frac{2}{16.2}\times10^{-8+3+5} = 0.12\ [\mathrm{s}]$$

$$v \to \frac{mg}{\alpha} = \underset{\mathrm{s}}{0.12}\times\underset{\mathrm{m/s^2}}{10} = 1.2\ \mathrm{m/s}$$

さっきは 200m/s



つり合い

$$\alpha v = mg$$

$$v = \frac{mg}{\alpha}$$

P31

v が $\dfrac{mg}{\alpha}$ の 99% となるのは

$$v(t) = \cancel{\frac{mg}{\alpha}}\left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right) = 0.99\cancel{\frac{mg}{\alpha}}$$

$$e^{-\frac{\alpha}{m}t} = 0.01$$

$$\frac{\alpha}{m}t = -\log_e 0.01 = 4.6$$

$$t = \frac{m}{\alpha} \times 4.6 = 0.56\ [\mathrm{s}]$$

0.12[s]

わずかな
時間で
一定の速度
となる

1.2 m/s

$v = \dfrac{mg}{\alpha}$ で 2km 落下すると

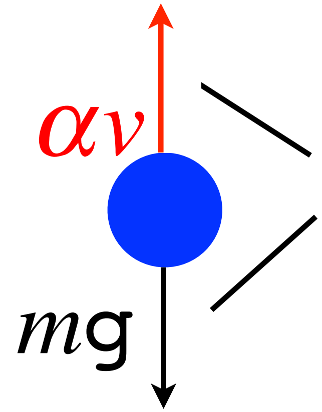
$$\frac{2000}{1.2} = 1672.8\ [\mathrm{s}]$$

$$= 27.8\ [分]$$

ガリレオ ガリレイ
Galileo Galilei
1564 - 1642
Pisa

落ち方は
重さと
関係ない

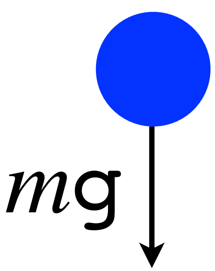
空気抵抗があると



つり合い
$\alpha v = mg$

$$v = \frac{mg}{\alpha}$$

加速度＝一定



アリストテレス

重い物は
早く落ちる