

手書きでレポートを作成して、写真を撮って提出して下さい。締切：8 / 3 (月)



図 1

サッカーのゴールキック (goal kick) あるいはセンタリング (centering) について考察する。図 1 は、脚の運動によってボールを蹴る時の分解写真で、赤枠の部分を考える。図 2 のように、脚の運動は、

- 上腿が股関節を回転軸とする回転運動をする。このとき、下腿は上腿に対して 90° の角度を保っているものとする。
- 上腿が鉛直方向となったとき (図 2(c))、下腿が膝関節を回転軸として回転運動を開始する。下腿が鉛直方向 (脚が直線) となったときボールが蹴られる (図 2(e))。

を考える。図 2(c) の瞬間の膝関節の速さを v_a とする。また、簡単のために、

- (c)~(e) の下腿の回転において膝関節の位置は変わらない。
- (e) の瞬間の下腿下端 (足) の速さは、膝関節まわりの回転によって生じる速さ v_b と膝関節の速さ v_a の和 $v_a + v_b$ である。

という近似をする (そんなに悪くない)。

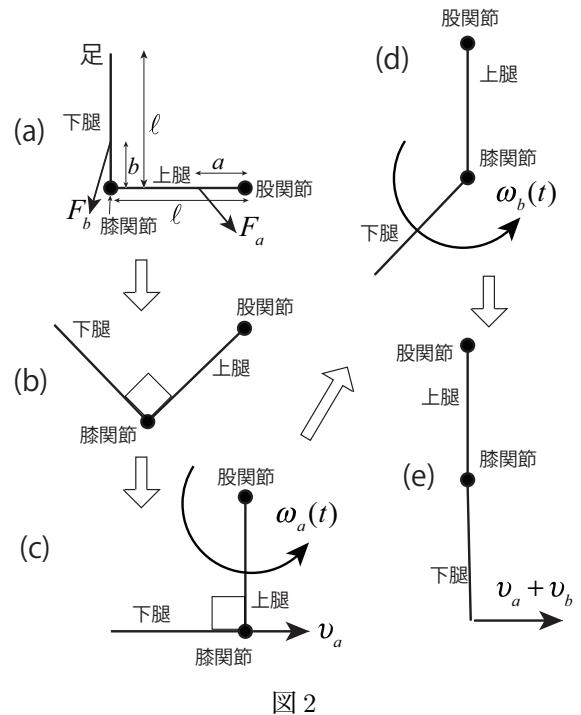


図 2

脚の運動は、上腿が腸腰筋、下腿が大腿四頭筋によって生じるものとする。図3に示したように、

- ・ 腸腰筋の接続点は股関節から距離 a 離れ、腸腰筋の力は大腿骨に対して角度 θ_a の方向に働く。
- ・ 大腿四頭筋の接続点が膝関節から距離 b 離れ、大腿四頭筋の力は脛骨に対して角度 θ_b の方向に働く。

ものとする。各種の数値は

	距離	角度	筋肉の直径
腸腰筋	$a = 30\text{cm}$	$\theta_a = 50^\circ$	15cm
大腿四頭筋	$b = 12\text{cm}$	$\theta_b = 15^\circ$	10cm

であるものとする。また、筋肉が発生する最大の力は

$$2 \times 10^5 [\text{N/m}^2] \times S [\text{m}^2]$$

のように求めることができる。ここで S は筋肉の断面積である。

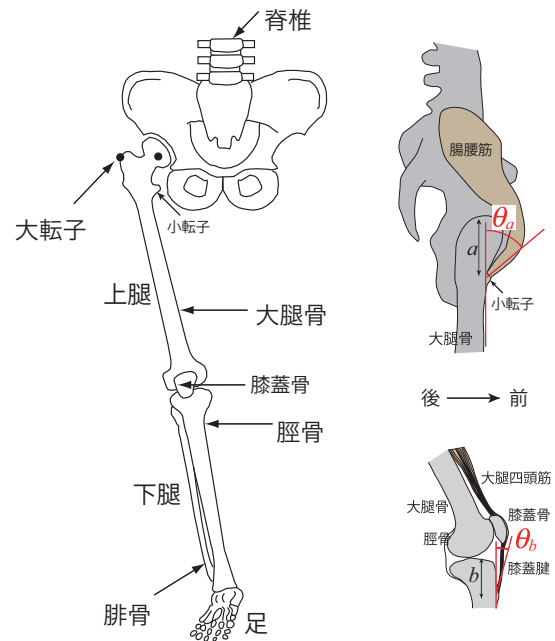


図3

問1 腸腰筋に生じる最大の力の大きさ F_a と大腿四頭筋に生じる最大の力の大きさ F_b を数値で求めなさい。

簡単のために、上腿と下腿が同じ大きさの均質な円柱物体であるとする。その円柱物体の長さを l 、半径を R 、質量を m とし、体積密度は一定で $\rho = m/(\pi R^2 l)$ であるとする。

脚の回転運動を考察するために、図4に示した円柱座標を用いる。図4には円柱座標における微小体積が $dV = r dr d\theta dz$ であることを説明してある。また、座標の原点は下面の円の中心にあり、 y 軸を「回転軸 a」、「回転軸 a」と平行で距離 l (上腿および下腿の長さ) 離れた「回転軸 b」を考える。

問2 「回転軸 a」についての慣性モーメントが

$$I_a = \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho(z^2 + r^2 \cos^2 \theta) r dr d\theta dz = \frac{m}{12}(4l^2 + 3R^2)$$

であることを示しなさい。

問3 「回転軸 b」についての慣性モーメントが

$$I_b = \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho(z^2 + (l - r \cos \theta)^2) r dr d\theta dz = \frac{m}{12}(16l^2 + 3R^2)$$

であることを示しなさい。

以下、 $l = 50 \text{ cm}$ 、 $R = 6 \text{ cm}$ 、 $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ とする。

問4 上腿の質量 m を数値で求めなさい。なお、上腿と下腿は同じ円柱物体であるとしている。

問5 図2の(a)~(c)の回転、すなわち、股関節まわりの回転について、慣性モーメントが $I_a + I_b$ であることを示して、その数値を求めなさい。

問6 図2の(c)~(e)の回転、すなわち、膝関節まわりの回転について、慣性モーメントが I_a であることを示して、その数値を求めなさい。

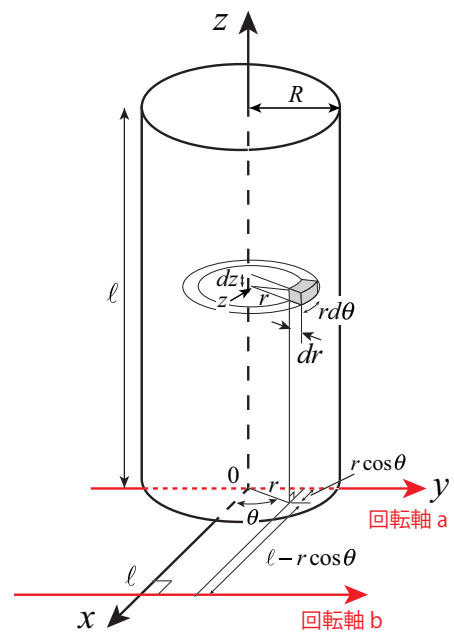


図4

問7 図2の(a)~(c)の回転について、上腿と下腿に働く重力を考えなくてよければ、回転の運動方程式が

$$(I_a + I_b) \frac{d\omega_a(t)}{dt} = F_a a \sin \theta_a$$

であることを説明しなさい。ただし、回転の正の向きは図2の矢印の向きとする。説明には、重力による影響と関節に働く力について議論すること。重力の影響はかなり小さいであろう。重力加速度は $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とせよ。

問8 図2の(c)~(e)の回転について、下腿に働く重力を考えなくてよければ、回転の運動方程式が

$$I_a \frac{d\omega_b(t)}{dt} = F_b b \sin \theta_b$$

であることを説明しなさい。ただし、回転の正の向きは図2の矢印の向きとする。説明には、重力による影響と関節に働く力について議論すること。重力はそれなりの影響を持つであろう。重力加速度は $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とせよ。

以下、簡単のために上腿と下腿に働く重力の影響は考えないものとする。

問9 問7の結果を用いて、 $d\omega_a(t)/dt$ を数値で求めなさい。ただし、 $\sin 50^\circ = 0.766$ である。

問10 図2(a)の時刻を $t = 0$ として $\omega_a(0) = 0$ であることを用いて、図2(c)の時刻 T_1 での角速度 $\omega_a(T_1)$ を数値で求めなさい。

問11 図2(c)の時刻 T_1 における膝の速さ v_a を数値で求めなさい。

問12 問8の結果を用いて、 $d\omega_b(t)/dt$ を数値で求めなさい。ただし、 $\sin 15^\circ = 0.259$ である。

問13 図2(c)の時刻 T_1 において $\omega_b(T_1) = 0$ であることを用いて、図2(e)の時刻 T_2 での角速度 $\omega_b(T_2)$ を数値で求めなさい。

問14 図2(e)の時刻 T_2 において、下腿の回転によって生じる速さ v_b を数値で求めなさい。

問15 図2(e)の瞬間にボールを蹴るとする。この瞬間の下腿の下端(足)の速さを km/時の単位で求めなさい。