

手書きでレポートを作成して、写真を撮って提出して下さい。締切：6 / 15 (月)

大リーグのイチローの送球はレーザービームと呼ばれ、ボールは外野からホームに正確に到達する。このレーザービームについて考察してみよう。以下の間において、ボールの質量を  $m$  [kg]、重力加速度を  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、円周率を  $\pi = 3.141592$  とする。また、各設問の結果はすべてに共通に成立するものとする。また、 $\theta < 0.3 \text{ rad}$  の角度について  $\sin \theta = \tan \theta = \theta$ ,  $\cos \theta = 1$  として計算しなさい。

まず、投手が投げる初速  $v = 150 \text{ km/時}$  のボールについて考察する。図1は、ストレート・ボールとフォーク・ボールの軌道を表している。ボールは角度  $\theta$  の方向に投げられ、投手とキャッチャーの距離は  $l = 18.4 \text{ m}$  である。ボールの軌道は、簡単のために、ストレート・ボールの場合、投手の位置での高さ  $h$  とキャッチャーの位置での高さは同じであるとし、フォーク・ボールは、キャッチャーの位置で、投球時の高さ  $h$  と比べて  $\Delta h = 40 \text{ cm}$  だけ低くなるとする。

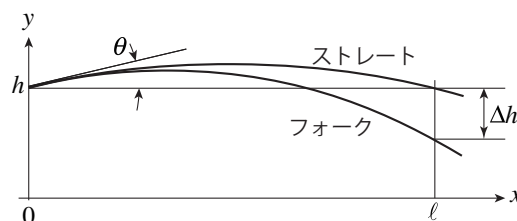


図1：投手の投球

図2は、ストレート・ボールの投球におけるボールの回転を表しており、このように回転すると、空気の粘性によって、ボールには重力と逆向きの力が働く。このため、図1のように、ストレート・ボールは、あたかも重力が小さくなったように運動し、一方、フォーク・ボールの投球におけるボールは回転しないで飛行し、通常重力による放物線を描くと考えられる。したがって、フォーク・ボールには重力  $mg$  のみが働き、ストレート・ボールには重力とボールの回転による上向きの力を合計して下向きの力  $mg'$  ( $g'$  は  $9.8 \text{ m/s}^2$  より小さな値) が働くと考えられる。

ボールの回転  
によって生じる力

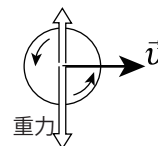


図2：ボールの回転とボールに働く力

- 1) フォーク・ボールの軌道について、

$$\tan^2 \theta - \frac{2v^2}{g\ell} \tan \theta + 1 - \frac{2v^2}{g\ell^2} \Delta h = 0 \quad (1)$$

が成立することを示しなさい。

- 2) 投球の角度  $\theta$  を数値で求めなさい。  
3) 図1のストレート・ボールの軌道について、

$$g' = \frac{v^2}{\ell} \sin(2\theta) \quad (2)$$

が成立することを示しなさい。

- 4)  $g'$  が  $g$  の何倍であるか、数値で求めなさい。

次に、イチローの送球について考える。送球はストレート・ボールでおこなわれるとし、投射角度は  $\phi = 6^\circ$  で、初速度は  $v = 150\text{km/時}$ 、送球開始時の高さは  $h = 1.8\text{m}$  であるとする。

5) 送球の最大飛距離（地面に当たるまでの水平距離）は

$$L = \frac{v^2}{2g'} \left[ \sin(2\phi) + \sqrt{\sin^2(2\phi) + \frac{8g'h}{v^2} \cos^2 \phi} \right] \quad (3)$$

となることを示しなさい。

6) 飛距離  $L$  を数値で求めなさい。

7) 投射角度がわずかに  $\Delta\phi$  ずれると、水平距離  $L$  離れた位置での高さが  $\Delta y$  だけ変化することになる。ボールの軌道（初速  $v$ 、投射角  $\phi'$ ）が

$$y = -\frac{g'}{2v^2 \cos^2 \phi'} x^2 + x \tan \phi' + h$$

であることと、三角関数についての近似式

$$\cos(\phi + \Delta\phi) \simeq \cos \phi - \Delta\phi \times \sin \phi, \quad \tan(\phi + \Delta\phi) \simeq \tan \phi + \frac{\Delta\phi}{\cos^2 \phi}$$

を用いて

$$\Delta y = \left( -\frac{g' L^2 \tan \phi}{v^2 \cos^2 \phi} + \frac{L}{\cos^2 \phi} \right) \Delta\phi \quad (4)$$

と表すことができることを示しなさい。

8) 送球の精度  $\Delta y$  が  $30\text{cm}$  であるとする、投射角度の精度  $\Delta\phi$  はどのような値となるか。数値を求めなさい。

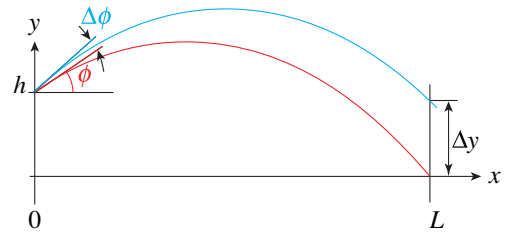


図3：イチローの送球